

## Algebraické výrazy

1) Je dán výraz  $\frac{x^2}{x-1}$  reálnou neznámou  $x$ . Jaká je **hodnota** výrazu pro  $x = \sqrt{3} - 1$ ?

- A)  $5 + \sqrt{3}$                       B)  $-0,5 - \sqrt{3}$                       C)  $-2$   
D)  $-2,2$                               E)  $-3$

2) Vypočítejte hodnotu výrazu:

- a)  $1 - 2x^2 + 12x$  pro  $x = 3 + \sqrt{2}$                       b)  $\frac{(a-3)^2}{4}$  pro  $a = \frac{1}{2}$   
c)  $\frac{8b+(-3)}{4b-1}$  pro  $b = 0,2$                       d)  $\frac{5}{y} - \frac{y}{2}$  pro  $y = 2\frac{2}{3}$

3) Pro každé reálné číslo  $x$  je dán výraz  $P(x) = 6x^2 + bx + 2$ . Určete neznámé číslo  $b$  tak, aby pro hodnotu výrazu platilo  $P(-2) = 4$ .

4) Je dán výraz  $(p + 2q)^2$ . Vypočítejte o kolik se zvětší jeho hodnota, jestliže se  $p$  zvětší o 1 a  $q$  zmenší o 2.

5) **Zjednodušte** výrazy:

- a)  $2a - \frac{2}{4}a - \frac{7}{8}a$                       b)  $6b \cdot \frac{1}{2}b$                       c)  $(c^3 - c) : (c - 1)$ , pro  $c \neq 1$   
d)  $2a - b + 5 + 4a - 2b - 7 + a$                       e)  $a^2b + 5 - 2c + 3a^2b + 7c + 5 + 6c$   
f)  $xy + 2xy - 5 + 2 - 3xy + 3$                       g)  $(2a + 1) + (3a - 2)$   
h)  $(4x + y) - (3x + 2y + 1) + 2$                       i)  $(4a^2 - 2a + 5) + 2a^2 - (3a^2 + 5a - 1)$   
j)  $2a - [2a + b - (3a - 2b) - (a - b)]$

6) **Zjednodušte** výrazy:

- a)  $2a \cdot 3b$                       b)  $3x \cdot 5xy$                       c)  $2u^2v \cdot 3uv \cdot 2v^3$   
d)  $7x^2y \cdot 2z(-2xy^2)$                       e)  $2m(-3n)(-mn)$                       )  $10a \cdot bc^2 \cdot 2ab^2 \cdot 3ac^2$   
g)  $2a(x - y^2)$                       h)  $3u(u + v + 1)$                       i)  $3x(x + y) + 5y(x - y)$   
j)  $(2a + 3b)(x + y)$                       k)  $(3x - 2y)(a + b)$                       l)  $(2a + b)(a - 1)$   
m)  $(2u + v)(u - 3v)$                       n)  $(x - 2y)(5x + 2y)$                       o)  $(4x^3 - 2y^2)(x - y)$

7) **Zjednodušte** výrazy:

- a)  $(-4xyz) : (-4xz)$                       b)  $8a^2b : 2ab$                       c)  $16x^3y^2 : 4x^2y$   
d)  $(4a^2 + 2b) : 2$                       e)  $(5x^2 + 2x) : x$                       f)  $(5a^3 + 10a^2 + 25a) : 5a$   
g)  $(4c^2d - 12c^4d^3) : (-4c^2d)$                       h)  $(9xy^2 - 15x^3y^4) : (-3xy^2)$

8) Proved'te:

- a)  $(y^2 + 1)^2$                       b)  $(a^2 + 0,1)^2$                       c)  $(m^2 + n^2)^2$   
d)  $(5ab - c)^2$                       e)  $(3 - 5n)^2$                       f)  $(x^3 - 1)^2$   
g)  $\left(a - \frac{1}{2}\right)^2$                       h)  $(4a^2b + 5a^3b^2)^2$                       i)  $(3x^2 - 12)^2$   
j)  $(7x^4y^3 + 3x^2y)^2$                       k)  $(3ab^2 - 2)^2$                       l)  $(6x^3 + 2y^2)^2$

9) Proved'te:

- a)  $(a^2 - 1)^3$                       b)  $(2 + a)^3$                       c)  $(3 - b)^3$   
d)  $(2a - 3b)^3$                       e)  $(x^2 - y^2)^3$                       f)  $(4x^3 + 5y^2)^3$

10) Rozložte na součiny:

- a)  $3y^2 - 12$                       b)  $x^2y - xy^2$                       c)  $a^3b^2 + a^2b^3$   
d)  $a^2x^2 - ax^3$                       e)  $6a^2x + 12ax^3$                       f)  $9a^3 - 6a^2b$   
g)  $4x^3y^3 - 8x^2y^2$                       h)  $9 - 12x + 4x^2$                       i)  $80 - 120a + 45a^2$   
j)  $12x^2 - 36xy + 27y^2$                       k)  $a^6 - 4a^3b + 4b^2$                       l)  $4x^2y^2 + 12x^3y^3 + 9x^4y^4$   
m)  $49a^4 + 56a^2b + 16b^2$                       n)  $9a^4b^2 + 6a^3b^2 + a^2b^2$                       o)  $9a^4b^2 - 54a^3b^3 + 81a^2b^4$

11) Určete podmínky a zjednodušte:

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \frac{x^2-x}{x-1} & \text{b) } \frac{x^2-y^2}{x^2+xy} & \text{c) } \frac{x^2-1}{(x+1)^2} & \text{d) } \frac{ac-bc}{ac+bc} \\ \text{e) } \frac{a^2-ab}{a^2+ab} & \text{f) } \frac{2xy+y^2}{y^2} & \text{g) } \frac{m^2+m}{mn+n} & \text{h) } \frac{2a^2-4ab}{3ab-6b^2} \\ \text{i) } \frac{a^2+2ab+b^2}{2a+2b} & \text{j) } \frac{a^2-2ab+b^2}{a^2-b^2} & \text{k) } \frac{2x^2y+2xy^2-2xyz}{3yz^2-3y^2z-3xyz} \end{array}$$

12) Určete podmínky a vypočítejte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{a}{a-b} - 1 & \text{b) } a - \frac{a^2-b^2}{a} & \text{c) } a + b - \frac{a^2-b^2}{a} \\ \text{d) } \frac{a}{a+b} + \frac{a}{a-b} - \frac{a^2}{a^2-b^2} & \text{e) } \frac{2x-y}{x^2+xy} - \frac{1}{x} - \frac{1}{x+y} & \\ \text{f) } \frac{x-2y}{x+y} + \frac{2x-y}{x-y} - \frac{2x^2}{x^2-y^2} & \text{g) } \frac{x+2}{x-1} - \frac{x+3}{x+2} & \end{array}$$

13) Určete podmínky a vypočítejte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{36a^3b^4c}{45ab^6c^3} & \text{b) } \frac{21x^2y^5z}{49x^3y^4z^2} & \text{c) } \frac{8x^5(x-y)^2}{8x^5-8x^3y^2} \\ \text{d) } \frac{9c(c^2-d^2)}{18dc^3(c+d)^2} & \text{e) } \frac{9a^2-1}{9a(3a+1)^2} & \text{f) } \frac{1-4c^2}{8c(2c-1)^2} \\ \text{g) } \frac{2}{a} - \frac{a}{5+a} & \text{h) } \frac{4}{a-1} - \frac{a}{a^2-1} & \text{i) } \frac{2}{ab} - \frac{3}{bc} - \frac{4}{ac} \\ \text{j) } -\frac{5}{a} - \frac{5a}{3a-a^2} & \text{k) } \frac{a^2+a}{2a+2} \cdot \frac{2}{a} & \text{l) } \frac{4-x^2}{x+2} \cdot \frac{2}{x^2} \\ \text{m) } \frac{x^2}{5+x} : \frac{x}{2x+10} & \text{n) } \frac{5x^2}{x^2-1} : \frac{10x}{x-1} & \text{o) } \frac{a^2-25}{a^2-3a} : \frac{a^2+5a}{a^2-9} \end{array}$$

14) **Upravte** výraz pro  $n \in \mathbb{N}$ :  $\left(1 - \frac{n}{n+1}\right) \left(n - \frac{1}{n}\right)$

15) Pro  $c \neq 0$  a  $c \neq 1$  **upravte** na co nejjednodušší tvar:  $\frac{3}{c-1} - \frac{3}{c^2-c}$

16) Pro  $a > 0$  **upravte** na co nejjednodušší tvar:  $\frac{a^3}{2^2} - \left(\frac{2}{a}\right)^{-3}$

17) Pro  $d \geq 0$  **upravte** na co nejjednodušší tvar:  $\sqrt{2d^3} \cdot \sqrt{18d}$

18) Pro  $x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$  **proved'te**:  $2 + \frac{x-1}{1-x}$

19) Pro reálná  $x$  **určete** podmínky výrazu:  $1 + \frac{x-3}{3-\frac{x}{2}}$

20) **Uved'te** podmínky pro reálná  $a$ , sečtěte a zjednodušte: a)  $\frac{1}{a+2} + \frac{1-a^2}{3a+6}$  b)  $\frac{4a-\frac{1}{a}}{4a+2}$

21) Pro reálná  $x$  **proved'te**: a)  $\frac{5x-6}{6} - \left(\frac{x}{6} - \frac{12x}{9}\right)$  b)  $3x^{102} \cdot x^{100} - 2(x^{99} \cdot x^{103})$

23) **Určete** podmínky výrazu:  $\frac{c^2-4}{c^2+2c} \cdot \frac{c}{c^2+4}$

A)  $c \neq \pm 2$  B)  $c \neq 0; c \neq \pm 2$  C)  $c \neq 0; c \neq 2$

D)  $c \neq 0; c \neq -2$  E) Žádné z uvedených podmínek nejsou správné

24) Jsou dány dva výrazy  $\frac{x}{x+1}$ ;  $\frac{-1}{x^2+x}$  s reálnou proměnnou  $x$ . **Rozhodněte** o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé, či nikoli.

a) pro  $x = -1$  má první z obou výrazů smysl. b) pro  $x = 1$  má druhý z obou výrazů smysl.  
c) Společný jmenovatel obou výrazů může být  $x^2 + x$  d) Součet obou výrazů je roven  $\frac{x-1}{x}$

25) Je dán výraz  $\frac{2}{x^2-x+2}$ . Pro které reálné hodnoty proměnné  $x$  výraz není definován?

A) pro  $x = 0$  B) pro  $x = 1$  a pro  $x = -2$

C) pro  $x = -1$  a pro  $x = 2$

D) pro jiné dvě hodnoty

E) Výraz je definován pro všechna reálná čísla

26) Určete výsledek dělení a stanovte, pro která  $p$  má dělení smysl:

$$(2p^4 + 4p^3 - 26p^2 - 28p + 48) : (p^2 + p - 12)$$

27) Zjednodušte následující výraz a zjistěte, pro která  $z$  je roven nule.  $\frac{z^2-9}{z^2-4z+3} - \frac{z+1}{1-\frac{1}{z}}$

28) Je dán výraz  $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x}$ , určete podmínky, za kterých má smysl a najděte hodnoty  $x$ , pro které je výraz roven  $-1$ .

29) Je dán výraz  $\frac{x^2-x-6}{2x^2-12x+18}$  s proměnnou  $x \in R$ .

a) Určete, za jakých podmínek má daný výraz smysl.

b) Určete, pro které hodnoty proměnné  $x$  má výraz hodnotu  $0$ .

30) Je dán výraz  $\frac{d^2+8d+16}{d^2-8d+16}$ , určete hodnoty  $d$ , za kterých má smysl a zjednodušte jej.

31) Určete pro které hodnoty  $x \in R$  má výraz  $(\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+1} - \frac{x^2}{x^2-1}) \cdot (\frac{x}{5} - \frac{x-3}{5x} + 1)$  smysl.

32) Na dětském táboře měli připraveno na nedělní oběd  $m$  kg masa pro  $k$  skautů. Během týdne se však dva skauti zranili, a nedělního obědu se proto nezúčastnili. Určete výrazem, o kolik se zvýšila průměrná hmotnost jedné porce masa, pokud veškeré připravené maso bylo mezi skauty rozděleno.

33) Maturanti se domluvili, že pojedou o prázdninách na společný výlet. Pronajali si autobus za předem domluvenou částku. V autobusu je  $m$  míst. Za předpokladu, že by byl autobus plně obsazen, by každý student zaplatil za cestu 300 Kč. Nakonec však zůstalo  $n$  míst volných.

a) V závislosti na veličinách  $m, n$  vyjádřete, o kolik Kč zaplatil více každý maturant, který se zúčastnil výletu.

b) Vyjádřete pomocí veličin  $m, n$  kolik procent míst bylo v autobuse obsazeno.

c) Určete procento obsazených míst v autobusu pro hodnoty  $m = 50$  a  $n = 5$ .

34) Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení.

a) Pro  $b > 0$  platí  $\frac{2b-1}{2+\frac{1}{b}} = -b$

b) Pro  $d < -1$  platí  $\frac{2d^2-4d+2}{2d+2} = 2d - 2$

c) Pro  $x > 4$  platí  $\frac{x-4}{x^2-4} = \frac{1}{x+4}$

Rozhodněte o platnosti následujících tvrzení.

a) pro  $z > 0, x, y \in R$  platí  $z^{x \cdot y} = z^x \cdot z^y$  b) pro  $n \in N$  platí  $n^{1-x} = \frac{n}{n^x}$

c) pro  $c \in R$  platí  $2^{-c} \cdot 4^c = \frac{1}{2^{-c}}$