

## Maturitní příklady – Funkce 1

1) Pro lineární funkci  $g$  platí  $g(2) = -5$ ,  $g(4) = 1,5$ . Vyjádřete ji předpisem  $y = a x + b$ .

2) Pro lineární funkci  $g$  platí  $g(3) = 7$ ,  $g(2) = -2,5$ . Vyjádřete ji předpisem  $y = a x + b$ .

3) Napište předpis lineární funkce, jejíž graf prochází body A, B:

a)  $A = [0; 5]$ ;  $B = [-2; 1]$

b)  $A = [7; 4]$ ;  $B = [4; 1]$

c)  $A = [1; 6]$ ;  $B = [10; -3]$

d)  $A = [1; 3]$ ;  $B = [-3; 1]$

4) Určete definiční obor funkce:

a)  $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$

b)  $y = \log_8(x+3)$

c)  $y = x^{-3}$

d)  $y = \log_4(2x-5)$

e)  $y = x^3$

f)  $y = \log_{0,2}(4-x)$

g)  $y = \sqrt{2x+3}$

h)  $y = \sqrt{2-3x}$

i)  $y = \frac{3}{x+1}$

j)  $y = \frac{x}{3-x}$

k)  $y = \frac{2+x}{x}$

l)  $y = \frac{2-x}{5+x}$

5) Určete maximální definiční obor reálné funkce

a)  $f(x) = \sqrt{\log_2(x-8)}$

b)  $f(x) = \sqrt{1 - \log_5 x}$

c)  $f(x) = \log(x^2 - 2x + 2)$

d)  $f(x) = \sqrt{\log_2(x-9)}$

e)  $f(x) = \sqrt{1 - \log_6 x}$

f)  $f(x) = \log(x^2 - 2x + 3)$

g)  $f(x) = \sqrt{\log_4(x-10)}$

h)  $f(x) = \sqrt{1 - \log_7 x}$

i)  $f(x) = \sqrt{\log x - 1}$

j)  $f(x) = \sqrt{2 - \log_3 x}$

k)  $f(x) = \sqrt{2 - \log_4 x}$

6) Určete obor hodnot funkce:

a)  $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

b)  $y = \log_{0,5} x$

c)  $y = (x-1)^2 + 3$

d)  $y = 5^x$

e)  $y = \log_2(x+1)$

f)  $y = \sqrt{x+1}$

g)  $y = (x+2)^2 - 1$

h)  $y = \sqrt{2-x}$

7) Vrchol kvadratické funkce  $f: y = x^2 - 2x + 1$  má souřadnice:

a)  $[-2; 1]$

b)  $[0; -1]$

c)  $[-1; 0]$

d)  $[0; 1]$

e)  $[1; 0]$

8) Vrchol kvadratické funkce  $f: y = x^2 + 2x - 1$  má souřadnice:

a)  $[1; -2]$

b)  $[1; 2]$

c)  $[-1; -2]$

d)  $[0; 1]$

e)  $[1; 2]$

9) Grafem kvadratické funkce  $f: y = x^2 - 6x$  je parabola s vrcholem  $V[x; y]$ . Jakou hodnotu má druhá souřadnice vrcholu  $V$ ?

A)  $y = -9$

B)  $y = -6$

C)  $y = -3$

D)  $y = 0$  E)  $y = 6$

10) Přiřaďte ke každému předpisu funkce odpovídající název grafu dané funkce:

A)  $f_1: y = (2x)^2$

B)  $f_2: y = 2^x$

C)  $f_3: y = \frac{x}{2}$

D)  $f_3: y = \frac{2}{x}$

a) přímka

b) parabola

c) hyperbola

d) kružnice

e) exponenciála

f) jiný název

11) Vypočítejte průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami:

a)  $y = x^2 - 4x + 5$

b)  $y = x^2 + 6x + 4$

c)  $y = -x^2 + 2x + 3$

d)  $y = -x^2 - 4x - 12$

e)  $y = -x^2 + 4x + 5$

f)  $y = x^2 + 7x + 3$

g)  $y = -x^2 - 5x - 13$

h)  $y = x^2 - 3x + 7$

12) Graf nepřímé úměrnosti s předpisem  $y = \frac{k}{x}$  kde  $k \neq 0$  prochází bodem  $A[2; 2]$ .

a) vypočítejte konstantu  $k$

b) dopočítejte chybějící souřadnice bodů grafu  $P[?; 0,5]$ ,  $Q[1; ?]$

13) Vypočítejte průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami:

a)  $y = \frac{4x-2}{2x+3}$

b)  $y = \frac{2-x}{3x+5}$

c)  $y = \frac{x}{6-2x}$

d)  $y = \frac{5}{x-4}$

14) Určete, zda dané body leží na grafu zadané funkce:

a)  $y = x^2 + 2$ ;  $A = [-1; 3]$ ;  $B = [0; 2]$

b)  $y = x^2 - 2x + 3$ ;  $A = [2; 3]$ ;  $B = [3; 2]$

c)  $y = 3x^2 - x$ ;  $A = [1; -3]$ ;  $B = [-2; 14]$

d)  $y = 2x^2 - x - 3$ ;  $A = [-3; -3]$ ;  $B = [2; -7]$

e)  $y = -x^2 + 5x - 3$ ;  $A = [-2; -17]$ ;  $B = [0; -3]$

15) Určete, zda dané body leží na grafu zadané funkce:

a)  $y = \frac{1}{x+1}$ ;  $A = [-1; -1]$ ;  $B = [3; 2]$ ;  $C = \left[-\frac{5}{2}; -\frac{2}{3}\right]$

b)  $y = \frac{2}{x-1}$ ;  $A = [-1; -1]$ ;  $B = [3; 2]$ ;  $C = \left[-\frac{5}{2}; -\frac{2}{3}\right]$

c)  $y = \frac{1}{2-x}$ ;  $A = [1; 1]$ ;  $B = [1; 3]$ ;  $C = [3; -1]$

d)  $y = \frac{1}{3x-2}$ ;  $A = [1; 1]$ ;  $B = [1; 3]$ ;  $C = [3; -1]$

16) Určete neznámou souřadnici bodu tak, aby ležel na grafu funkce:

a)  $y = x^2 + x$ ;  $A = [2; y]$ ;  $B = [x; 2]$

b)  $y = x^2 + 1$ ;  $A = [3; y]$ ;  $B = [x; 5]$

c)  $y = x^2 + 3x - 1$ ;  $A = [1; y]$ ;  $B = [x; 3]$

d)  $y = x^2 - x - 4$ ;  $A = [3; y]$ ;  $B = [x; -4]$

e)  $y = 3x^2 - 7x - 3$ ;  $A = [-1; y]$ ;  $B = [x; 3]$

f)  $y = \frac{2}{x+1}$ ;  $A = [1; y]$ ;  $B = [x; 2]$

g)  $y = \frac{x}{x-2}$ ;  $A = [3; y]$ ;  $B = [x; 5]$

h)  $y = \frac{x-1}{x+2}$ ;  $A = [2; y]$ ;  $B = [x; 2]$

17) Přiřaďte ke každé rovnici řešené v oboru R odpovídající množinu řešení:

a)  $2^{x-1} = \frac{1}{4}$

b)  $2^x = -4$

c)  $\log_2 2 + \log_2 1 = \log_2 2x$

d)  $\log_2 x^2 - \log_2 x = 1$

A)  $\{-2; 2\}$

B)  $\{-2\}$

C)  $\{-1\}$

D)  $\{1\}$

E)  $\{2\}$

F)  $\{\}$

18) Užitím logaritmu vyjádřete ze vztahu  $5^y = 4$  proměnnou  $y$ .

19) Graf reálné funkce s předpisem  $y = a^x$  prochází body A[3; 8] a B[b; 16]. Doplňte chybějící souřadnici  $b$  bodu B.

20) Dopačíte chybějící souřadnici bodu M[x; 16] grafu funkce dané předpisem  $y = 2^x$

21) Graf exponenciální funkce  $f: y = 2^x$  prochází bodem:

a) [1; 0]

b) [0; 1]

c) [1; 1]

d) [0; 0]

22) Určete čísla  $a$ ,  $b$  tak, aby graf funkce procházel danými body:

a)  $y = a \cdot 2^x + b$ ;  $A = [1; 0]$ ;  $B = [0; -1]$

b)  $y = a \cdot 3^{x+1} + b$ ;  $A = [-1; -2]$ ;  $B = [1; -10]$

c)  $y = 2^{x+a} + b$ ;  $A = [1; 3]$ ;  $B = [2; 4]$

d)  $y = 3^{x-a} - b$ ;  $A = [-1; 5]$ ;  $B = [0; 11]$

e)  $y = a \cdot \log_2 x + b$ ;  $A = [4; 5]$ ;  $B = \left[\frac{1}{4}; -7\right]$

f)  $y = a \cdot \log x + b$ ;  $A = [10; 5]$ ;  $B = \left[\frac{1}{100}; -1\right]$

g)  $y = \log_{\frac{1}{3}}(x+a) + b$ ;  $A = [2; 1]$ ;  $B = [8; 0]$

23) Vypočítejte průsečíky grafu funkce se souřadnicovými osami:

a)  $y = 3x + 2$

b)  $y = 3 - 2x$

c)  $y = \frac{5x+1}{2}$

d)  $y = \frac{1-2x}{3}$

e)  $y = \frac{1+x}{2-x}$

f)  $y = \frac{3-2x}{x}$

g)  $y = \frac{x}{5-9x}$

h)  $y = \frac{3}{x+3}$

i)  $y = 2^x - 2$

j)  $y = 5 \cdot 5^{6x+1}$

k)  $y = 3^{\frac{x}{2}+6} - 3$

l)  $y = \frac{5^{3x-2}}{5}$

m)  $y = \log_2(x+2)$

n)  $y = \log_2(2-x)$

o)  $y = \log_3(x-3)$

p)  $y = \log_4(x+4)$

24) Zjednodušte výraz:  $4^x(4^{x+1} - 3 \cdot 4^x)$

25) V oboru  $\mathbb{R}$  řešte: a)  $5^{3y} = 5 \cdot 5^y$       b)  $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 4 \cdot 4^x$

26) Řešte rovnici s reálnou neznámou  $x$ :

a)  $5^3 \cdot 5^9 = (5^x)^3$       b)  $6^{x-3} = \left(\frac{1}{6}\right)^4$       c)  $\frac{1}{2^{x-3}} = 1$       d)  $\left(\frac{1}{16}\right)^{x-1} = 4$

e)  $8^{x+2} - 8^x = 63$       f)  $2^{x+1} + 2^{x+2} = 96$       g)  $3^{x+1} + 3^x - 4 = 0$       h)  $4^{x+2} - 4^x = 15$

27) Určete pro která  $a$  je funkce rostoucí:

a)  $f: y = \left(\frac{3a-1}{4}\right)^x$       b)  $f: y = \left(\frac{2a+1}{2a-1}\right)^x$       c)  $f: y = \left(\frac{a}{a-1}\right)^x$

d)  $f: y = \left(\frac{1}{4} - 3a\right)^x$       e)  $f: y = \left(\frac{2-a}{a-3}\right)^x$       f)  $f: y = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^x$

28) Určete pro která  $a$  je funkce klesající.

a)  $f: y = \left(\frac{2-a}{5-a}\right)^x$       b)  $f: y = \left(\frac{1}{a} + 4\right)^x$       c)  $f: y = \left(\frac{2-3a}{5}\right)^x$

29) Pro  $a > 0$  vypočítejte:  $\log \frac{4}{a} - \log 400 + \log a$

30) Vypočítejte:

1)  $\log_8 16$       2)  $\log_{16} 64$       3)  $\log_4 32$       4)  $\log_9 27$       5)  $\log_8 32$

6)  $\log_{16} 8$       7)  $\log_{16} 32$       8)  $\log_{\frac{1}{2}} 8$       9)  $\log_{\frac{1}{9}} 27$       10)  $\log_{\frac{1}{16}} 64$

11)  $\log_{\frac{1}{5}} 125$       12)  $\log_{\frac{1}{6}} 36$       13)  $\log_{\frac{1}{27}} 81$       14)  $\log_{\frac{1}{9}} 27$       15)  $\log_{\frac{1}{8}} 4$

16)  $\log_{\frac{1}{9}} \sqrt{27}$       17)  $\log_{81} \sqrt{3}$       18)  $\log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt[4]{2^3} + \log_2 \sqrt[4]{2^5}$

19)  $\log_3 \sqrt{3} - \log_3 \sqrt[4]{3^3} + \log_3 \sqrt[4]{3^5}$       20)  $\log_5 \sqrt{5} - \log_5 \sqrt[4]{5^3} + \log_5 \sqrt[4]{5^5}$

21)  $\log_2 \sqrt{2} - \log_6 \sqrt[4]{6^3} + \log_6 \sqrt[4]{6^5}$       22)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt[4]{2^3}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{2^5}}$       23)  $\log_3 \frac{\sqrt[4]{3^3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt[4]{3^5}}$

24)  $\log_{\frac{1}{5}} \frac{\sqrt[4]{5^3}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5^5}}$       25)  $\log_{\frac{1}{2}} \frac{\sqrt[4]{3} \sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt[4]{2}}$       26)  $\log_{\frac{1}{6}} \frac{\sqrt[4]{6^3}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt[4]{6^5}}$

27)  $\log_2 \sqrt{2} - \log_2 \sqrt[3]{2} + \log_2 \sqrt[3]{\sqrt{2}}$       28)  $\log_7 \sqrt{7} - \log_7 \sqrt[7]{5^3} + \log_7 \sqrt[4]{7^5}$

29)  $\log_3 \sqrt{3} + \log_3 \sqrt[3]{3} + \log_3 \sqrt[3]{\sqrt{3}}$       30)  $\log_{13} \sqrt{13} - \log_{13} \sqrt[4]{13^3} + \log_{13} \sqrt[4]{13^5}$

31)  $\log \sqrt{10} - \log \sqrt[3]{10} - \log \sqrt[3]{\sqrt{10}}$       32)  $\log_6 \sqrt[4]{6^7} - \log_6 \sqrt{6} - \log_6 \sqrt[4]{6^5}$

31) Rozhodněte, zda body leží na grafu funkce:

a)  $A = \left[\frac{1}{3}; 1\right]$   $a B = [1; 1]$        $f(x) = 3 + 2 \log_3 x$       b)  $A = [1; 7]$   $a B = [27; 1]$        $f(x) = 7 - 4 \log_3 x$

c)  $A = \left[\frac{1}{5}; -1\right]$   $a B = [25; 3]$        $f(x) = 1 + 2 \log_5 x$       d)  $A = \left[\frac{1}{6}; 1\right]$   $a B = [6^3; 6]$        $f(x) = 3 + 2 \log_6 x$

e)  $A = [33; 38]$   $a B = [16; 20]$        $f(x) = 3 + 7 \log_2 x$       f)  $A = [64; 6]$   $a B = \left[\frac{1}{4}; 2\right]$        $f(x) = 8 + 2 \log_4 x$

g)  $A = \left[\frac{1}{3}; 1\right]$   $a B = [1; 5]$        $f(x) = 5 + 4 \log_3 x$       h)  $A = \left[\frac{1}{4}; 1\right]$   $a B = \left[\frac{1}{16}; -1\right]$        $f(x) = 3 + 2 \log_4 x$

i)  $A=[3;3]$   $B=[1;5]$   $f(x)=5-2\log_3 x$

32) Určete pro která čísla  $m$  je daná funkce rostoucí:

a)  $f(x)=\log\left(\frac{m-1}{m}\right)x$

b)  $f(x)=\log\left(\frac{m}{m-1}\right)x$

c)  $f(x)=\log\left(\frac{m-2}{m}\right)x$

d)  $f(x)=\log\left(\frac{2-m}{3-m}\right)x$

e)  $f(x)=\log\left(\frac{m-3}{m-1}\right)x$

f)  $f(x)=\log\left(\frac{3-m}{2-m}\right)x$

33) Určete pro která čísla  $m$  je daná funkce rostoucí:

a)  $f(x)=\log\left(\frac{m-3}{m}\right)x$

b)  $f(x)=\log\left(\frac{m}{m+2}\right)x$

c)  $f(x)=\log\left(\frac{m-2}{m-1}\right)x$

34) V oboru  $\mathbb{R}$  řešte:

1)  $\log 2 - \log x = 1$

2)  $\log_2 2x - \log_2 8 = 1$

3)  $\log 0,1 + \log(2x) = 1$

4)  $\log_3 x + \log_3 27 = 1$

5)  $\log 1000 + \log x = 4$

6)  $\log 5 = \log 4 - \log(5x)$

7)  $\log(4x-2) - \log 3 = 1$

8)  $\log x = -\log 2$

9)  $\log(3x-1) = \log 5 + 1$

10)  $\log(4x+8) = 2$

11)  $7\log_2(3y-5) = 0$

12)  $\log_2(x+1) = 3$

13)  $4\log_3(2x-1) = 12$

14)  $\log_{0,5}(2-x) = -2$

15)  $\log_4(5x-4) = 2$

16)  $\log x = 2\log 5 + \log 4$

17)  $\log x^2 = \log(4-x^2)$

18)  $\log_5(x^2+2x) = \log_5(-3x)$

19)  $\log_{0,1}(x^2-5x) = \log_{0,1}(5x+11)$

20)  $\log_6(x+1) + \log_6 x = 1$

21)  $\log_2(x+7) - \log_2 x = 3$