

Kombinatorika, pravděpodobnost, statistika II

- 1) Vítek navrhuje vlajku pro nově vzniklý stát. Vybírá mezi dvěma šablonami (tři vodorovné pruhy nebo kruh v obdélníku). Dále má na výběr pět barev – červenou, modrou, zelenou, žlutou a bílou. Žádná barva se nesmí na vlajce opakovat., Kolik různých vlajek má Vítek na výběr? Kolik vlajek obsahuje bílou barvu? {80; 44}
- 2) Na letním táboře si Jakub do skříňky naházal šest různých triček a troje různé šortky. Pod postel po mírném úsilí umístil dvoje různé tenisky. Ráno náhodně hmatne po jednom tričku, jedné šortkách a zpod postele vyloví bez rozmyslu jeden pár tenisek. Určete, kolika způsoby se může Jakub ustrojít na snídani. {36}
- 3) Rodina se dvěma dětmi si chce udělat výlet na hrad nedaleko kempu, kde jsou ubytováni. Z kempu na hrad se lze dostat po čtyřech různých turistických trasách (žluté, zelené, modré nebo červené), vlakem, autobusem nebo na kole (kolo si lze na obou místech zapůjčit a stejně tak ponechat). Určete, kolika způsoby je možné uskutečnit výlet na hrad a zpět do kempu, pokud chce rodina právě jednou použít nějaký dopravní prostředek. {12+12=24}
- 4) Ve skladišti se každý typ výrobku označuje 4místným kódem, např. V2-53, V3-01, N3-22 apod. Na první pozici se vyskytuje písmeno V, nebo N, které označuje, zda je daný výrobek zařazen do kategorie s vyšší (V) nebo nižší (N) sazbou DPH. Číslice na druhé pozici označuje sektor skladu, kde je výrobek uskladněn, přičemž výrobky s vyšší sazbou DPH mohou být uloženy v sektoru 1, 2, 3 nebo 4, zatímco výrobky s nižší sazbou DPH se uskladňují v sektorech 2, 3 a 5. Na posledních dvou pozicích za spojovníkem se může objevit libovolné dvojciferné číslo označující konkrétní výrobek. Výjimkou je možnost 00, která se nepoužívá. Určete, kolik různých kódů lze podle uvedených požadavků sestavit. {396 + 297 = 693}
- 5) Roztržitý starý pán zapomněl číselný kód na svém kufru. Věděl, že tento bezpečnostní čtyřmístný kód vytvořil z číslic 1, 9, 3 a 7, tj. Z číslic roku svého narození 1937. Vypočítejte, kolik **minut** mu bude nejdéle trvat, než kufr otevře, pokud na vyzkoušení každé možnosti potřebuje 20 s. {20 * P(4) = 480 s = 8 min}
- 6) Na schůzce rodičů florbalového mužstva mladších žáků se bude z řad rodičů vybírat jedna osoba, která bude zastávat funkci vedoucího mužstva, a jeden pokladník. Mezi rodiči jsou čtyři otcové a šest matek, kteří jsou ochotni libovolnou z funkcí zastávat.
- a) Určete, kolika způsoby lze vybrat vedoucího mužstva a pokladníka, jestliže vedoucím mužstva bude muž.
- b) Určete, kolika způsoby lze vybrat vedoucího mužstva a pokladníka, jestliže alespoň jednu z funkcí bude zastávat žena.
- {36; 24+24+30=78}
- 7) Soused se rozhodl zvelebit svoji strnou předzahrádku. Vykopal tři jámy, do kterých zasadí odlišné okrasné dřeviny, a na skalce připravil dvě místa pro různé trpaslíky. V nedalekém zahradnictví mají v nabídce osm druhů dřevin a čtyři druhy trpaslíků. Určete, kolik existuje možností, jak si soused může zkrášlit předzahrádku. {V(3,8) * V(2,4) = 4032}
- 8) Spolužačka si chce změnit čtyřmístný PIN kód ke své nové platební kartě. Rozhodla se k jeho sestavení použít číslice 1, 3 a 8.
- a) Určete, kolik PIN kódů může spolužačka sestavit, jestliže se nebude při výběru ničím omezovat.
- b) Určete, kolik PIN kódů může spolužačka sestavit, jestliže použije každou číslici, z toho číslici 1 dvakrát.
- c) Určete, kolik PIN kódů může spolužačka sestavit, jestliže kód bude obsahovat každou z vybraných číslic.
- {81; V(2,4) = 12; 12+12+12=36}
- 9) Na večírku se všichni hosté přivítali vzájemným podáním ruky. Vypočítejte, kolik hostů se večírku zúčastnilo, pokud proběhlo 496 vzájemných podání rukou. {K(2,n) = 496, n = 32}
- 10) Bylo rozhodnuto o zakoupení několika pokojových květin k výzdobě třídy. V květinářství nabízí květiny ozdobné listem (zelenec, fikus, filodendron a kapradinu) a květy (fialku, orchidej, hyacint, mučenku a petrklíč). Zakoupeno bylo 5 **různých** pokojových květin.
- a) Určete, kolik existuje různých možností nákupu pokojových květin z nabídky květinářství.
- b) Vypočítejte, v kolika nákupech převažují rostliny ozdobné listem.
- c) Zvažuje se, že ze zakoupených květin budou 4 postaveny vedle sebe na parapetu okna a zbylá pátá květina bude stát na polici. Určete, kolika různými způsoby je možné květiny na parapetu rozestavit.
- d) Vypočítejte, kolik existuje různých rozestavení 5 květin vedle sebe na parapetu, pokud byl nakonec zakoupen fikus, filodendron, orchidej, petrklíč a kapradina a rostliny ozdobné listem mají stát vedle sebe.
- {K(5,9) = 126; 40+5=45; V(4,5) = 120; 36}
- 11) Na halovém mistrovství světa v atletice se do šestičlenného finále závodu na 400 m žen kvalifikovaly dvě závodnice z Jamajky. Na závodišti je šest drah. Dráhy, ve kterých závodnice poběží se losují.
- a) Určete, kolika způsoby lze rozlosovat dráhy, ve kterých budou závodnice startovat.
- b) Určete, kolika způsoby lze rozlosovat dráhy tak, aby závodnice z Jamajky startovaly v sousedních drahách.
- c) Určete, kolika způsoby lze rozlosovat dráhy tak, aby závodnice z Jamajky startovaly v dráze 3 a 6.
- {720; 240; 48}

12) Tenisový klub ze svých hráčů vybírá dva, kteří jej budou reprezentovat v turnaji., Kolik má klub hráčů, víme-li, že může vybrat celkem 465 různých dvojic hráčů?

{ 31 }

13) Určete k a запиšte jeho prvočíselný rozklad.

$$k = \frac{5.8!.16!}{15!.5^{-1}.7!} = \frac{2.4!}{3} \cdot \frac{101!}{101.99!} \quad \{k = 4800 = 2^6 \cdot 3 \cdot 5^2\}$$

14) V ambulanci bylo vyšetřeno 20 pacientů, 45% z nich má krevní skupinu A, 20% má krevní skupinu B, 5% má krevní skupinu AB a 30% má krevní skupinu 0. Vypočítejte pravděpodobnost, že v náhodně vybrané dvojici těchto pacientů budou mít obě osoby krevní skupinu 0. Výsledek vyjádřete pomocí **desetinného čísla zaokrouhleného na tisíciný**. { $K(2,6)/K(2,20) = 0,079$ }

15) První osivo vyklíčí v 70% případů a druhé osivo v 90% případů. Od každého osiva náhodně vybereme 1 semeno. Vyjádřete v **procentech** pravděpodobnost, že ani jedno z vybraných semen **nevyklíčí**. { $(1-0,7) \cdot (1-0,9) = 3\%$ }

16) V tombole na dětském maškarním bálu byly prodány všechny losy označené čísly od 1 do 150. Určete pravděpodobnost, že na prvním vylosovaném lístku bude číslo, které je sudé nebo dělitelné pěti.

A) 0,3 B) 3/5 C) $0, \bar{6}$ D) 0,8 E) 7/8

{75 sudých +30 dělitelných 5 – 15 obojích / 150 = 3/5}

17) V obci Hradec byly zjištěny počty dětí v jednotlivých rodinách. Výsledky statistického šetření jsou zapsány v tabulce.

Počet dětí v rodině	0	1	2	3	4
Zastoupení v %	?	35	38	12	5

a) Určete procento bezdětných rodin v dané obci

b) Určete průměrný počet dětí v rodině v této obci. Výsledek **zaokrouhlete na 1 desetinné místo**.

c) Vypočítejte pravděpodobnost jevu, že náhodně vybraná rodina z této obce má alespoň 2 děti. Výsledek запиšte ve tvaru **desetinného čísla**.

{ $10\%; (0,1x \cdot 0 + 0,35x \cdot 1 + 0,38x \cdot 2 + 0,12x \cdot 3 + 0,05x \cdot 4) / x = 1,7; 0,38 + 0,12 + 0,05 = 0,55$ }

18) V tabulce je zachyceno věkové rozložení chlapců a dívek docházejících do keramického kroužku.

	Věk		
	8 let	9 let	10 let
Počet chlapců	1	0	2
Počet dívek	2	2	3

Z dětí vybereme náhodně tříčlennou skupinu. Přiřaďte ke každému jevu

1. Ve skupině budou pouze dívky.

2. Ve skupině bude právě jeden chlapec.

3. Ve skupině **nebude** nikdo ve věku deseti let.

A) $\frac{1}{40}$ B) $\frac{7}{40}$ C) $\frac{21}{40}$ D) $\frac{7}{24}$ E) $\frac{1}{12}$

{ 1.D; 2.C; 3.E }

19) Ája je šprýmařka, a tak o Velikonocích rozdává vařená i syrová vejce. V košíčku má 3 vařená a 4 syrová vejce. Na koledu postupně přišli Matěj, Kuba, Janek a každý si odnesl jedno náhodně vybrané vejce. Určete pravděpodobnost následujících jevů.

a) Matěj má syrové vejce

b) Janek má syrové vejce

c) Matěj i Kuba mají vařená vejce

d) Matěj a Kuba mají dohromady právě jedno vařené vejce

e) Matěj a Kuba mají dohromady alespoň jedno vařené vejce

f) Všichni tři kluci mají syrová vejce

{ a) 4/7; b) 4/7; c) 1/7; d) 4/7; e) 5/7; f) 4/35 }

20) V osudí je 10 bílých a 1 černá kulička. Z osudí postupně náhodně vytáhneme Všechny 11 kuliček, žádnou nevracíme. Jaká je pravděpodobnost, že první vytáhneme bílou kuličku? Jaká je pravděpodobnost, že černou vytáhneme poslední?

{ 10/11; 1/11 }

21) Honza se rozhodl část svých přístupových hesel na internetu nahradit jediným. Heslo bude složeno z písmen A, B, I, K, N a číslic 1, 3, 4. Každé písmeno a číslice budou použity právě jednou. Jaká je pravděpodobnost, že heslo bude obsahovat slovo BANIK (například 1BANIK34)? {4!/8!}

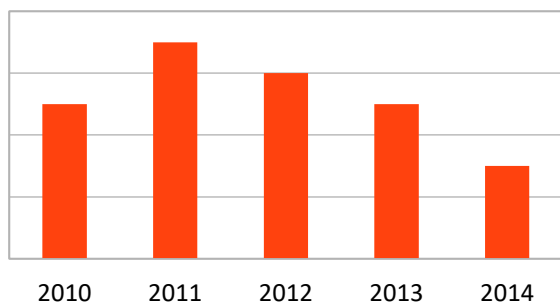
22) Lysá hora je jedním z nejdeštivějších míst České republiky. Za 13 květnových dnů v roce 2010 spadlo průměrně 19,7 mm srážek, první den 2,2 mm, druhý 10,9 mm, třetí 2,0 mm, čtvrtý 3,8 mm, šestý 7,3 mm, sedmý 15,7 mm, osmý 0,0 mm, devátý 99,5 mm, desátý 49,5 mm, jedenáctý 2,0 mm, dvanáctý 33,2 mm, třináctý 5,0 mm. Kolik mm srážek spadlo pátý den? Určete medián všech měření a celkový úhrn srážek?

{ pátý den spadlo 25 mm, medián je 7,3 mm }

23) Pavel je v prvním ročníku na vysoké škole. Následující tabulka zobrazuje počet vyučovacíh hodin, které má Pavel daný den v rozvrhu a dále podíl hodin v daném dnu na celém Pavlově rozvrhu. Pavel si ale tabulku polil čajem, takže jsou některé údaje nečitelné. Doplňte do tabulky chybějící údaje, víte-li, že podíl středečních úloh je o 40 procentních bodů větší než podíl pátečních úloh na výuce v celém týdnu.

	Počet hodin	Podíl na výuce v celém týdnu
Pondělí		20,00%
Úterý		30,00%
Středa		
Čtvrtek	2	
Pátek		
Celkem	20	

{ mimo jiné měl Pavel ve středu 8 hodin }



24) V grafu je znázorněna výroba motocyklů ve firmě Jester, a.s., v letech 2010 až 2014. Graf byl doplněn komentářem, v němž bylo uvedeno, že v roce 2013 poklesla výroba motocyklů oproti předchozímu roku o 150 kusů.

a) Určete průměrnou roční výrobu motocyklů za posledních 5 let.

b) Vypočítejte směrodatnou odchylku roční výroby motocyklů za posledních 5 let. Výsledek vyjádřete pomocí **celého čísla**.

{ $750+1050+900+750+450/5=780$; 199 }

25) Smíšené sportovní družstvo ZŠ mělo 30 členů. Jednotliví členové získali v soutěži body v rozmezí od 10 do 20. Počet získaných bodů zachycuje tabulka. Přiřaďte ke každému zadání správný výsledek.

Počet bodů	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Počet dívek	2	0	3	0	0	4	1	0	4	0	0
Počet chlapců	0	0	1	1	2	1	2	3	2	3	1

1) Určete modus počtu bodů 30 členného smíšeného družstva

2) Určete medián počtu bodů 30 členného smíšeného družstva

3) Určete kolik chlapců získalo v soutěži více bodů, než byl průměrný bodový zisk u dívek

A) 10

B) 12

C) 15

D) 16

E) 18

F) 20

{ 1.E; 2.D; 3.B }

26) Pan Roztržitý a pan Zbrklý prováděli předvolební průzkum preferencí tří nejvýznamnějších politických stran A, B, C. Každá z oslovených osob měla uvést jednu z těchto tří politických stran, které dá v nastávajících volbách svůj hlas. Pokud oslovený volič nebyl schopen jednoznačně odpovědět, byl jeho hlas započítán mezi nerozhodnuté voliče. Mnohé informace pan Roztržitý a pan Zbrklý poztráceli. Na základě zbylých podkladů sestavili tabulku zjištěných výsledků.

Volební preference	Strana A	Strana B	Strana C	Nerozhodnutí voliči
Absolutní četnost				120
Relativní četnost (%)	30			20
Relativní četnost		0,45		

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé, či nikoli.

a) Celkem bylo dotázáno 600 osob.

b) Politickou stranu C by volil každý dvacátý volič

c) Žádná politická strana nemá volební preference 35%

d) Politickou stranu s nejvyšší předvolební preferencí by volilo alespoň 300 osob.

{ 1. ANO; 2. ANO; 3. ANO; 4. NE }