

Komplexní čísla

1) Vypočítejte:

a) $(3 + 4i) + (2 + 3i)$
d) $(-2 - 2i) + (-3 - 4i)$
g) $(4 + 2i) - (-2 - 2i)$

b) $(3 - 4i) + (-4 + 3i)$
e) $(4 + 3i) - (3 + 4i)$
h) $(-2 - 2i) - (-3 - 4i)$

c) $(-3 - 2i) + (3 - 2i)$
f) $(5 - 6i) - (3 - 4i)$

2) Jsou dána komplexní čísla $A = 2 - 3i$; $B = 5 + i$; $C = -2 - i$; $D = -4 + i$; $E = 7 + 2i$. Najděte komplexní číslo:

a) $A - B + C - D + E$

b) $-A + B - C + D - E$

3) Vypočítejte:

a) $(2 + i) \cdot 3$
e) $(3 + i) \cdot (2 - 3i)$
i) $(5 - 2i) \cdot (5 + 2i)$

b) $(4 - i) \cdot 5$
f) $(1 - i) \cdot (2 - 3i)$
j) $(-3 + i) \cdot (-3 - i)$

c) $(3i - 7) \cdot 2$
g) $(-2 - i) \cdot (3 + i)$

d) $(-3i + 4) \cdot (-2)$
h) $(-7 + 4i) \cdot (-5 - 6i)$

4) Vypočítejte:

a) $1 + i + i^2 + i^3$
d) $2 - 3i + 7i^2 - 8i^3 + 9i^4 - 10i^5$
g) $2i^3 \cdot 4i$
j) $5i^3 \cdot 7i^2$

b) $2 - 3i + 4i^2 - 5i^3$
e) $2i \cdot i$
h) $3i^4 \cdot 7i^2$
k) $-6i^3 + 5i^7 - i^{12} - 4i^{86}$

c) $i - i^3 + i^5 - i^7 + i^9 - i^{11}$
f) $2i^2 \cdot 3i$
i) $(-2i^2) \cdot (-3i^3)$
l) $7i^{23} + 3i^{58} - 2i^{257}$

5) Vypočítejte:

a) $(2 + i) \cdot (3 + i) + (1 + 2i) \cdot (2 + 3i)$
d) $(6 + 2i) \cdot (2i - 4) \cdot (9 + 2i)$

b) $(3 + 4i) \cdot (1 - 5i) - (3 - 4i) \cdot (2 + 5i)$
e) $(2 - i) \cdot (1 + i) - (2 + i\sqrt{2}) \cdot (2 - i\sqrt{2}) \cdot (3 + 2i)$

c) $(2 + i) \cdot (3 + i) \cdot (4 + i)$

6) Proved'te:

a) $(-1 - i) + (-2 - 3i) + (5 + 2i) + (-2 + 2i)$
c) $(1 + 2i) + (2 + 3i) + (3 + 4i) - (5 - 6i) - (1 - 15i)$
e) $2(1 + i) - 6(-2 - 3i) + 5(3 + 4i)$

b) $(-1 + i) + (-3 + 2i) - (-1 - i) - (5 + 2i) + (8 - 2i)$
d) $3(5 + 2i) + 2(5 - i) - 4(1 - 3i) + 5(-1 - i)$

7) Vypočítejte a výsledek zapište v algebraickém tvaru:

a) $(1 + 2i) \cdot (3 - i)$
d) $3(2 + i) - (1 + i)^2$

b) $2i(1 - 3i) + i^2 - 1$
e) $(1 - 2i)^2 - (1 + 2i)^2$

c) $(3 + 2i)^2$

8) Vypočítejte:

a) $[(1 + 2i) - (3 - i)](1 - i)^2$
c) $3(-1 + i)(1 - i) - i(2 - 3i)$

b) $[(1 + 2i) - (3 - i)]^2(1 - i)$
d) $(\sqrt{2} - i\sqrt{3})i\sqrt{3} + (\sqrt{3} - i\sqrt{2})i\sqrt{2}$

9) Vypočítejte:

a) $(3 + 2i) \cdot (3 - 2i)$
d) $(-3 + 4i) \cdot (-3 - 4i)$
g) $2(3 - 5i)$
j) $(-7 - i) \cdot (3 + 4i)$

b) $(1 - i\sqrt{5}) \cdot (1 + i\sqrt{5})$
e) $(\sqrt{7} - 8i) \cdot (\sqrt{7} + 8i)$
h) $(-6 + 3i) \cdot (2 + i)$
k) $(2 - 7i) \cdot (3 + 6i)$

c) $(-6 - 4i) \cdot (-6 + 4i)$
f) $(\sqrt{5} + 2i\sqrt{3}) \cdot (\sqrt{5} - 2i\sqrt{3})$
i) $(4 - 2i) \cdot (-3i)$
l) $4(-1 - 5i)$

10) Proved'te:

a) $(2 - 3i)i$
e) $(3 - 2i)^2$
h) $(1 + i)^2 - (1 - i)^2$
l) $(-1 + i\sqrt{3})^3$

b) $(2 + 3i)(3 - 4i)$
f) $(1 + i)(2 + i) + (1 + i)(1 + 2i)$
i) $(1 + i)(1 - i)(1 + 3i)$
j) $(1 - i)^3$

c) $(1 + i)(1 - i)$

d) $(-1 - i)(1 - i)$
g) $(2 + 3i)(1 - 4i) - (2 - 3i)(1 + 4i)$
k) $i(i - 1)(i - 2)(i - 3)$

11) Umocněte:

a) $(-5 + 7i)^2$
e) $(-2 - i)^3$

b) $(4 + i)^3$
f) $(4 - 3i)^2$

c) $(6 + 2i)^2$
g) $\left(-\frac{1}{2} + 3i\right)^2$

d) $(-2 - 8i)^2$
h) $\left(\frac{1}{5} - 10i\right)^3$

12) Najděte komplexně sdružená čísla k číslům:

a) $3 + 4i$
e) $-i$

b) $\sqrt{2} - 3i$
f) $6i$

c) $-3 + i$
g) $i\sqrt{3}$

d) $-5 - 7i\sqrt{3}$
h) $\frac{i}{3}$

13) Napište čísla komplexně sdružená s čísly:

a) $\sqrt{2} - 1$
e) $\frac{1 + 2i}{2}$

b) $i\sqrt{5}$
f) $\frac{1 + i}{i}$

c) i^6
g) $2 + i - \sqrt{3}$

d) $-\frac{1}{3}$
h) $2 + (1 - \sqrt{3})i$

26) Ukažte, že daná komplexní čísla jsou komplexní jednotky:

a) $\frac{2}{5} + \frac{\sqrt{21}}{5}i$ b) $\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{5}}{3}i$ c) $-\frac{3}{4} + \frac{\sqrt{7}}{4}i$ d) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$
 e) $\frac{3}{5} - \frac{4}{5}i$ f) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$ g) $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ h) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}i$

27) Určete, která z následujících čísel jsou komplexní jednotky:

a) $\frac{\sqrt{3}-i}{2}$ b) $\frac{1+i}{2}$ c) $\frac{1-i}{\sqrt{2}}$

28) Pro která reálná čísla x jsou daná čísla komplexními jednotkami?

a) $x + \frac{\sqrt{5}}{3}i$ b) $\frac{3}{4} - xi$ c) $3x + 4xi$ d) $x + xi$

29) Proved'te:

a) $\left| \frac{3+2i}{3-2i} \right|$ b) $\frac{|1+i|}{i}$ c) $\frac{|1+i|}{1-i}$ d) $\left| \frac{i^{10}-i}{2i+1} \right|$
 e) $\left| \frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i} \right|$

30) Určete:

a) $\left| 1-i + \frac{1+2i}{3-i} \right|$ b) $\|2-3i\| - i\|2+i\|$ c) $\left| \frac{i}{\sqrt{3+i\sqrt{2}}} \right|$ d) $\|2+3i\|^2 + (2+3i)^2$

31) Vypoč'tete:

a) $\left| \frac{2-4i}{-1-3i} \right|$ b) $\|(8-5i)(2+i)\|$ c) $\frac{6-4i}{6+4i} - \frac{6+4i}{6-4i}$ d) $\left| \frac{7\sqrt{5}-21i}{-\sqrt{5}+3i} \right|$
 e) $\left| \frac{3+i}{3-i} \cdot [(2+i)(2-i)]^{-1} \right|$ f) $[-3i^7 - 4(i^{66}+i) + 4i^{100} + 3i](8-2i)$ g) $\frac{6-2i}{1+i} - \left(\frac{2-3i}{2i} \right)^{-1}$
 h) $\left| \frac{46-25i}{-46-25i} \right| - \left(\frac{i^7+i^8+i^9}{i^{10}-i^{11}} \right)^{-3} + (2-i)(2+i)$

32) Vypoč'tete:

a) $\frac{1}{\frac{1}{1-i}+i} + \frac{1}{\frac{1}{1+i}-i}$ b) $\frac{\left| \frac{3-4i}{5i} \right| + \left| \frac{2+i}{1-2i} \right|}{1+2i}$ c) $\left| \sqrt{2+\sqrt{3}+i} \sqrt{2+\sqrt{3}} \right|$

33) Určete reálná čísla x, y , pro která platí:

a) $5 + xi = 2i - y$ b) $2x - 5i = 4 + yi$
 c) $x(1-i) + 1 = -y + 3i$ d) $2x - i(2+i) = 4 - yi$

34) Pro která reálná čísla x, y platí:

a) $(2x + 3y) + (3x - 2y)i = 31 + i$ b) $(8x - 3y) - (x - y)i = 23 - i$
 c) $(5x + 5y) + (3x - 3y)i = 3 + 5i$ d) $(3x + y) - (3x - y)i = -14 - 10i$

35) Mějme dána komplexní čísla $A = -2 - i$; $B = 3 + 4i$. Najděte komplexní číslo X , které vyhovuje rovnici:

a) $B + X = A$ b) $-B + X = A$ c) $\underline{B} + X = A$ d) $-\underline{B} + X = -A$

36) Řešte v množině komplexních čísel:

a) $z \cdot i = 1 + 2i$ b) $z - 3 = i(1 + z)$ c) $z \cdot i = 4 + 2i - z(1 - 2i)$

37) Pro která reálná čísla x, y platí rovnost:

a) $(1+i)x + (-1+i)y = 2 + 6i$ b) $(3+i)x + (-2+2i)y = 5 + 7i$
 c) $(1-i)x + (1+i)y = 1 + 2i$ d) $(1+2i)x + (3-5i)y = 1 - 3i$
 e) $(1-i)x - (-2+i)y = 5 - 2i$ f) $(\sqrt{3}+i\sqrt{2})x - (\sqrt{2}+i\sqrt{3})y - 1 = i^2 - i$

38) Určete reálná čísla x, y , pro která platí:

a) $7x - \frac{yi}{3} = 2 - i$ b) $5x - 3i = 1 + \frac{3yi}{5}$ c) $\frac{2}{3}x + i = -\frac{7}{5}yi$
 d) $x - 2yi = (-3+i)^2$ e) $\frac{7-5i}{-2-4i} = 0,2x - 0,1yi$ f) $(1-i)(-2x+3yi) = 2+4i$
 g) $\frac{-4i}{i^8-3i^{233}} = -\frac{4}{3}x - \frac{1}{2}yi$ h) $(3+2i^5)x + (1-i^{20})y = -10+5i$

39) V Gaussově rovině zobrazte čísla:

a) $2; -3; 1; 0$

b) $3i; 2i; i\sqrt{2}; i$

c) $2+i; 3-i; -4+i; -1-i$

40) Znázorněte komplexní čísla v Gaussově rovině:

a) $2+5i; 3-4i; -\sqrt{2}+i\sqrt{3}$

b) $-3,5+2i; -0,5-i; 5i$

41) Dané komplexní číslo znázorněte v Gaussově rovině:

a) $5+3i$

b) $2-4i$

c) $-0,5+i$

d) $\sqrt{3}-i$

e) $\frac{2}{5}$

f) $-0,5i$

g) $1-i\sqrt{2}$

h) $\frac{3-2i}{5}$

42) Je dáno komplexní číslo, určete k němu číslo opačné a komplexně sdružené a všechna znázorněte v téže Gaussově rovině:

a) $-5+2i$

b) $3+i$

c) $4-2i$

d) $-3i$

e) $-7-3i$

f) i

g) 7

43) Zobrazte v Gaussově rovině množinu všech komplexních čísel z , pro něž platí:

a) $|z+2|=4$

b) $|z+i|\leq 2$

c) $|z-i|>3$

d) $|z|=|z+3i|$

e) $|z|\geq|z-i|$

f) $|z-4i|=5$

g) $|z-6i|<|z+6|$

44) V Gaussově rovině komplexních čísel znázorněte obrazy komplexních čísel z , pro která platí:

a) $|z-1+i|=5$

b) $|z+2-3i|>2$

c) $|z+3+i|\leq 4$

d) $|z-1|=|z-3i|$

e) $|z-4-i|\leq|z+3i|$

f) $|z-3+2i|>|z+2|$

45) V Gaussově rovině zobrazte všechna komplexní čísla z , pro něž platí:

a) $|1-i|>|z|\geq 1$

b) $|2-3i|\geq|z|>|1+2i|$

c) $\frac{1}{|1-i|}\leq|z|$

d) $|z|<|\frac{1+2i}{3-i}|$

e) $|z+i|\geq|z+1|$

f) $|z-\frac{1}{1+i}|<|z|$

g) $|z+\frac{i}{1+i}|>|z-1|$

h) $|z-\frac{1-2i}{i}|\leq|z+\frac{1-2i}{i}|$

46) Řešte rovnice v množině komplexních čísel:

a) $x^2 = -49$

b) $x^2 + 25 = 0$

c) $25x^2 + 64 = 0$

d) $x^2 - 2x + 10 = 0$

e) $4x^2 - 4x + 5 = 0$

f) $4x^2 - 12x + 25 = 0$

g) $4x^2 + 24x + 61 = 0$

h) $x^2 - 4x + 7 = 0$

i) $x^2 - x + 1 = 0$

j) $(x+2)(3x-1)-5x-4=0$

k) $\frac{2x+3}{x-1} + \frac{x+1}{2x-3} = \frac{x^2-22}{2x^2-5x+3}$

47) Řešte v \mathbb{C} :

a) $x^2 = 9$

b) $x^2 = -4$

c) $x^2 + 1 = 0$

d) $2x^2 + 10 = 0$

e) $x^2 + 4x + 5 = 0$

f) $4x^2 - 8x + 5 = 0$

g) $x^2 + 2x + 4 = 0$

h) $2x^2 + 4x + 5 = 0$

i) $x^2 - 3x + 3 = 0$

j) $2x^2 + x + 1 = 0$

k) $4x^2 + 3 = 0$

l) $3x^2 - 7x + 1 = 0$

48) Řešte rovnice v oboru komplexních čísel:

a) $x^2 = -4$

b) $x^2 + 81 = 0$

c) $5x^2 + 3 = 0$

d) $x^2 + 12 = 0$

e) $x^2 - 6x + 45 = 0$

f) $x^2 + 10x + 29 = 0$

g) $2x^2 - 14x + 25 = 0$

49) Řešte rovnice v oboru komplexních čísel:

a) $2(x^2 - 10) = 5 + 3x(x - 2)$

b) $7 - (x - 1)^2 - 11 = 0$

c) $3 - (4 + x)^2 = 4(1 - 4x)$

d) $6(x - 1) = (x + 2)^2$

e) $x - (x - 3)^2 - 13 = 3(x - 3) - 2x$

f) $2x(5x - 6) + 68 = (3x - 2)^2$

g) $x(2 - x) - (x - 1)(1 + x) = 9 - (x + 1)^2$

h) $20 - (2x - 5)^2 = 2x(-4 - x)(-2)$

50) Řešte rovnice v oboru komplexních čísel:

a) $2x + 11 - \frac{x^2}{6} = -\frac{2x}{3} - \frac{2(x^2 + 1)}{6}$

b) $1 - \frac{(x+3)^2}{10} = \frac{3(3-x)}{5}$

c) $\frac{1}{4}(2x-1)^2 + 4 = \frac{3}{4}\left(x^2 + \frac{2x}{3}\right) - 0,25$

d) $\frac{1}{2} - \frac{86-x}{4} - \frac{(1+x)^2}{8} = 0$

e) $\frac{x^2}{10} + \frac{1}{2}(x-7) + 10 = \frac{3}{2}x - (3,5+x)$

f) $\frac{x(x-2)}{6} - \frac{3x-5}{2} = \frac{13}{6} - \frac{12x}{8}$

g) $1 - \frac{x+1}{5} \cdot 2 - 0,9x^2 = \frac{2x(10x-1)}{5} + \frac{3}{2}$

51) Řešte rovnice v množině komplexních čísel:

a) $\frac{3}{x+4} = \frac{x}{x-4} - \frac{7+5x}{x^2-16}$

b) $\frac{4}{3-x} - \frac{3x+7}{9-x^2} = \frac{2x}{3+x}$

c) $\frac{x-1}{4x+1} + \frac{5x+28}{4x^2+x} - \frac{3}{x} = 0$

d) $\frac{6}{8-3x} = \frac{x}{2+3x}$

e) $\frac{5x^2+29}{1-x^2} + \frac{7x}{x-1} = \frac{3x}{1+x}$

f) $\frac{4x}{5x-2} + \frac{5(1-x)}{2x-5x^2} = \frac{x+1}{x}$

g) $\frac{2}{2x+1} - \frac{x+4}{x-2} = 1$

h) $\frac{5x}{3x+2} - \frac{6-5x-6x^2}{4-9x^2} = \frac{1}{2-3x}$

52) Rozložte v součiny lineárních dvočlenů trojčleny:

a) $x^2 + x + 1$

b) $x^2 - x + 1$

c) $3x^2 + 2x + 2$

d) $x^2 - 3x + 5$

53) Napište kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, jestliže je dán jeden její kořen:

a) $x_1 = 3 - 6i$

b) $x_1 = \frac{4i}{1-i}$

c) $x_1 = [(1-i)(i+2)]^3$

54) Sestavte kvadratickou rovnici s reálnými koeficienty, je-li dán jeden její kořen:

a) $4i$

b) $5 - 3i$

c) $-7i$

d) $-1 + i\sqrt{11}$

e) $\frac{3}{5} - i$

f) $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$

g) $2i\sqrt{5}$

h) $-4 - 5i$

55) Jaké musí být číslo a , aby daná rovnice neměla reálné kořeny?

a) $x^2 + 6x + a = 0$

b) $x^2 - 3x + a = 0$

c) $x^2 + 5x + a = 0$

d) $x^2 + 4ax + 36 = 0$

e) $x^2 + (a-4)x - 2a + 13 = 0$

56) Určete, pro které hodnoty reálného parametru p mají rovnice reálné, resp. imaginární kořeny:

a) $px^2 + 2(p-1)x + p - 5 = 0$

b) $(p+3)x^2 + 3(p-6)x + 5 - 18p = 0$

c) $x^2 + 2px + 25 = 0$

d) $px^2 + (2p-1)x + p = 0$

57) V Gaussově rovině zobrazte komplexní čísla:

a) $3(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$

b) $2(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)$

c) $5(\cos 270^\circ + i \sin 270^\circ)$

d) $4(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$

58) Uveďte na goniometrický tvar komplexní čísla:

a) $3 - 4i$

b) $15 - 36i$

c) 1

d) $-3,5$

e) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

f) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$

g) $-3i$

h) $-3 + 4i$

59) Následující komplexní čísla vyjádřete v goniometrickém tvaru:

a) 3

b) -2

c) $2i$

d) $2 - 2i$

e) $-1 + i\sqrt{3}$

f) $-3\sqrt{2} - 3i\sqrt{2}$

g) $2\sqrt{3} + 2i$

60) Vyjádřete v goniometrickém tvaru čísla:

$1-i; -\frac{1}{\sqrt{2}}; -5+5i; 3\sqrt{2}+3i\sqrt{2}; -i\sqrt{3}; -\pi; \pi i; -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

61) V goniometrickém tvaru vyjádřete čísla:

$\frac{2}{-1+i}; \frac{1}{2i}; \frac{-3+i}{2+i}; |3+2i|; -\frac{1}{i}$

62) Zapište komplexní číslo v goniometrickém tvaru:

a) $5\sqrt{3} + 5i$

b) $6 - 6i\sqrt{3}$

c) $4 + 5i$

d) $-\frac{\sqrt{2}}{7} - \frac{\sqrt{2}}{7}i$

e) $-\frac{7}{3}\sqrt{2} + \frac{7}{3}i\sqrt{2}$

f) $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$

63) Napište algebraické tvary těchto komplexních čísel:

a) $5(\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ)$

b) $2(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ)$

c) $10(\cos 65^\circ + i \sin 65^\circ)$

d) $7(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

e) $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$

f) $2,5\left(\cos \frac{3\pi}{2} + i \sin \frac{3\pi}{2}\right)$

64) V algebraickém tvaru vyjádřete čísla:

a) $2\left(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi\right)$

b) $\frac{1}{2}(\cos 193\pi + i \sin 193\pi)$

c) $\cos\left(-\frac{5}{3}\pi\right) + i \sin\left(-\frac{5}{3}\pi\right)$

65) Následující čísla vyjádřete v algebraickém tvaru:

a) $4\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)$

b) $5\sqrt{3}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$

c) $27(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$

$$\begin{array}{lll} \text{d) } 3,5 (\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) & \text{d) } 7 \left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right) & \text{e) } 3\sqrt{2} \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right) \\ \text{f) } 2\sqrt{3} \left(\cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi \right) & \text{g) } 10 \left(\cos \frac{11}{6}\pi + i \sin \frac{11}{6}\pi \right) & \end{array}$$

66) Zapište komplexní číslo v algebraickém tvaru:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \frac{2}{5} (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) & \text{b) } 4 \left(\cos \frac{4}{3}\pi + i \sin \frac{4}{3}\pi \right) & \text{c) } 1,5 (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ) \\ \text{d) } \frac{1}{6} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right) & \text{e) } \cos 150^\circ + i \sin 150^\circ & \text{f) } 10 (\cos 305^\circ 20' + i \sin 305^\circ 20') \\ \text{g) } 2 \left(\cos \frac{7}{6}\pi + i \sin \frac{7}{6}\pi \right) & \text{h) } \sqrt{7} \left(\cos \frac{5}{4}\pi + i \sin \frac{5}{4}\pi \right) & \end{array}$$

67) Určete součin $a \cdot b$ a podíl $a : b$ a výsledky zapište v algebraickém tvaru:

$$\begin{array}{l} \text{a) } a = 4 (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ); b = 2 (\cos 315^\circ + i \sin 315^\circ) \\ \text{b) } a = \frac{1}{3} \left(\cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} \right); b = \cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \\ \text{c) } a = 0,6 (\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ); b = 6 (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ) \\ \text{d) } a = 7 \left(\cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi \right); b = \frac{1}{2} (\cos 330^\circ + i \sin 330^\circ) \\ \text{e) } a = 3 \left(\cos \frac{3}{4}\pi + i \sin \frac{3}{4}\pi \right); b = \frac{2}{9} \left(\cos \frac{7}{4}\pi + i \sin \frac{7}{4}\pi \right) \\ \text{f) } a = \cos 945^\circ + i \sin 945^\circ; b = \cos 675^\circ + i \sin 675^\circ \\ \text{g) } a = 8 \left(\cos \frac{17}{6}\pi + i \sin \frac{17}{6}\pi \right); b = 2 (\cos 1320^\circ + i \sin 1320^\circ) \end{array}$$

68) Užitím Moivreovy věty vypočítejte komplexní mocninu a výsledek zapište v algebraickém tvaru:

$$\text{a) } (1+i)^{10} \quad \text{b) } (-\sqrt{2} - i\sqrt{2})^4 \quad \text{c) } (-\sqrt{3} + i)^6 \quad \text{d) } (1-i)^5$$

69) Vypočítejte:

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \left(\cos \frac{1}{4}\pi + i \sin \frac{1}{4}\pi \right)^{50} & \text{b) } \left(\cos \frac{1}{6}\pi + i \sin \frac{1}{6}\pi \right)^{31} \\ \text{c) } \left(2 \left[\cos \left(-\frac{1}{4}\pi \right) + i \sin \left(-\frac{1}{4}\pi \right) \right] \right)^{50} & \text{d) } \left(\cos \frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi \right)^{70} \end{array}$$

70) Vypočítejte:

$$\text{a) } (\sqrt{3}-i)^8 \quad \text{b) } (-1+i)^{66} - i(1+i)^{80} \quad \text{c) } \left(\frac{1+i}{1-i} \right)^{25}$$

71) Pomocí Moivreovy věty vypočítejte mocninu daného čísla z a výsledek zapište v algebraickém tvaru:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } z^8, z = -1 + i & \text{b) } z^5, z = 3(\cos 210^\circ + i \sin 210^\circ) & \text{c) } z^{10}, z = 0,5 + 0,5i \\ \text{d) } z^{20}, z = \cos 315^\circ + i \sin 315^\circ & \text{e) } z^4, z = \frac{\sqrt{3}}{6} - \frac{1}{6}\pi & \text{f) } z^6, z = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{3}{2}\pi + i \sin \frac{3}{2}\pi \right) \\ \text{g) } z^{12}, z = 2 - 2i & \text{h) } z^9, z = \cos \frac{5}{6}\pi + i \sin \frac{5}{6}\pi & \end{array}$$