Rovnice s parametrem

Řešte rovnice s neznámou x a parametrem p ∈ R:

1) $p\,x+3-p=x$ $\quad \left\{pro\ p=1, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 1, x=\frac{p-3}{p-1}\right\}$

2) $p^2(x-1)=p\,x-1$ $\quad \left\{pro\ p=0, K=\emptyset\ ;\ pro\ p=1, K=R\ ;\ pro\ p\notin\{0\,;1\}:x=\frac{p+1}{p}\right\}$

3) $(x-5)(p-3)=2x$ $\quad \left\{pro\ p=5, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 5:x=\frac{5(p-3)}{p-5}\right\}$

4) $(x+3)(x-p)=x^2+3x-9$ $\quad \left\{pro\ p=0, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 0, x=\frac{3(3-p)}{p}\right\}$

5) $(p^2-1)x=p-1$ $\quad \left\{pro\ p=-1, K=\emptyset\ ;\ pro\ p=1, K=R;\ pro\ p\notin\{-1\,;1\}:x=\frac{1}{p+1}\right\}$

6) $(p^2+4)x=p^2-4$ $\quad \left\{pro\ p\in R:x=\frac{p^2-4}{p^2+4}\right\}$

7) $p\,x+5=3x$ $\quad \left\{pro\ p=3, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 3, x=\frac{5}{3-p}\right\}$

8) $p(2x+1)=4(x+3)$ $\quad \left\{pro\ p=2, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 2:x=\frac{12-p}{2(p-2)}\right\}$

9) $(x+2)(p-1)=3\,p\,x$ $\quad \left\{pro\ p=-\frac{1}{2}, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq -\frac{1}{2}:x=\frac{2p-2}{1+2\mathrm{p}}\right\}$

10) $p^2(x-1)=2(p\,x-2)$ $\quad \left\{pro\ p=0, K=\emptyset\ ;\ pro\ p=2, K=R\ ;\ pro\ p\notin\{0\,;2\}:x=\frac{p+2}{p}\right\}$

11) $p\,x(1-p)=1$ $\quad \left\{pro\ p\in\{0;1\} K=\emptyset\ ;\ pro\ p\notin\{0;1\}:x=\frac{1}{p(1-p)}\right\}$

12) $p(x-1)+x(p-1)=p-2x$ $\quad \left\{pro\ p=-\frac{1}{2}, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq -\frac{1}{2}:x=\frac{2p}{2p+1}\right\}$

13) $p\left(2-\frac{x}{3}\right)=4\left(3-\frac{x}{2}\right)$ $\quad \{pro\ p=6, K=R;\ pro\ p\neq 6:x=6\}$

14) $4(x+p)-(x+6p)=2(x-2)-(x+1)$ $\quad \left\{pro\ p\in R:x=-\frac{1}{2}\right\}$

15) $p^2(x-p^2+1)=p^2-x-1$ $\quad \{pro\ p\in R:x=p^2-1\}$

16) $(x-p)^2-(x-1)^2=p^2-1$ $\quad \{pro\ p=1:x\in R;\ pro\ p\neq 1:x=0\}$

17) $(p^2-1)+(p+1)x=(p+1)^2$ $\quad \{pro\ p=-1:x\in R;\ pro\ p\neq -1:x=2\}$

18) $(x+3)(x-p)=x^2+3p-18$ $\quad \{pro\ p=3:x\in R;\ pro\ p\neq 3:x=-6\}$

19) $(p-2)[x-(p+5)]=3(3-p)-x$ $\quad \{pro\ p=1:x\in R;\ pro\ p\neq 1:x=p+1\}$

20) $2x-1=2\,p\,x-p^2$ $\quad \left\{pro\ p=1:x\in R;\ pro\ p\neq 1:x=\frac{1+p}{2}\right\}$

Řešte rovnice v množině R:

21) $x-\frac{2}{p^2}=\frac{1}{p^2}.(4x+p)$ s neznámou x, parametrem p.

$$\left\{pro\ p=-2: x\in R\,;\ pro\ p=0\,;2: K=\emptyset\,;\ pro\ p\in R/\{-2\,;0\,;2\}: x=\frac{1}{p-2}\right\}$$

22) $-\frac{x}{p}=\frac{2}{p+1}-\frac{1}{p}$ s neznámou x, parametrem p.

$$\left\{pro\ p\in\{0;-1\}: K=\emptyset\,;\ pro\ p\in R/\{0\,;-1\}: x=\frac{1-p}{1+p}\right\}$$

23) $\frac{x-a}{1-a}=\frac{x+a}{1+a}$ s neznámou x, parametrem a.

$$\{pro\ a=0: K=R\,;\ pro\ a\in\{-1\,;+1\}: K=\emptyset\,;\ pro\ a\in R/\{-1\,;0\,;+1\}: x=1\}$$

24) $\frac{x}{p-1}-\frac{2-x}{p}=1$ s neznámou x, parametrem p.

$$\left\{pro\ p\in\{0;\frac{1}{2};1\}: K=\emptyset\,;\ pro\ p\in R/\{0\,;\frac{1}{2}\,;1\}: x=\frac{p^2+p-2}{2p-1}\right\}$$

25) $\frac{x+1}{p}=x-1-\frac{x-3}{p}$ s neznámou x, parametrem p.

$$\left\{pro\ p\in\{0;2\}: K=\emptyset\,;\ pro\ p\in R/\{0\,;2\}: x=\frac{p+4}{p-2}\right\}$$

26) $(p-1)x=2-\frac{2}{p}$ s neznámou x, parametrem p.

$$\left\{pro\ p=0: K=\emptyset\,;\ pro\ p=1: K=R\,;\ pro\ p\in R/\{0\,;1\}: x=\frac{2}{p}\right\}$$

27) $\frac{z+2}{m}-\frac{z-m}{2}=2$ s neznámou z, parametrem m.

$$\{pro\ m=0: K=\emptyset\,;\ pro\ m=2: K=R\,;\ pro\ m\in R/\{0\,;2\}: z=m-2\}$$

28) $y+\frac{2}{a}=\frac{y}{a}+1+a$ s neznámou y, parametrem a.

$$\{pro\ a=0: K=\emptyset\,;\ pro\ a=1: k=R\,;\ pro\ a\in R-\{0\,;1\}: y=a+2\}$$

29) $\frac{x-t}{2}-\frac{1-x}{2t}=1$ s neznámou x, parametrem t.

$$\{pro\ t=0: K=\emptyset\,;\ pro\ t=-1: k=R\,;\ pro\ t\in R-\{-1\,;0\}: x=t+1\}$$

30) $y-\frac{y}{b}=b^2-1$ s neznámou y, parametrem b.

$$\{pro\ b=0: K=\emptyset\,;\ pro\ b=1: K=R\,;\ pro\ b\in R-\{0\,;1\}: y=b(b+1)\}$$

31) $y+\frac{1}{p}=1-\frac{2y}{p}$ s neznámou y, parametrem p.

$$\left\{pro\ p\in\{-2\,;0\}: K=\emptyset\,;\ pro\ p\in R-\{-2\,;0\}: y=\frac{p-1}{p+2}\right\}$$

32) $\frac{3x}{4a}-\frac{2x}{3a}-\frac{x}{2a}=\frac{5(2x-1)}{24}$ s neznámou x, parametrem a.

$$\left\{pro\ a\in\{-1;0\}: K=\emptyset\ ;\ pro\ a\in R-\{-1;0\}: x=\frac{a}{2(a+1)}\right\}$$

33) $m^2x=m(x+2)-2$ s neznámou x a parametrem m.

$$\left\{pro\ m=0\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ m=1, K=R\ ;\ pro\ m\neq 0, m\neq 1, x=\frac{2}{m}\right\}$$

34) $\frac{x+a}{a}=ax-1$ S neznámou x a parametrem a.

$$\left\{pro\ a=0, a=\pm 1, K=R,\ pro\ a\neq 0, a\neq\pm 1\ je\ x=\frac{2a}{a^2-1}\right\}$$

35) $\frac{x}{5}-1=\frac{1-3x}{b+2}$ S neznámou x a parametrem b.

$$\left\{pro\ b=-17, b=-2\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ b\neq -17, b\neq -2\ je\ x=\frac{15+5b}{b+17}\right\}$$

36) $\frac{(c+1)^2}{4}=c(1-x+cx)$ S neznámou x a parametrem c.

$$\left\{pro\ c=0\ nemá\ řešení\ ,\ pro\ c=1, K=R,\ pro\ c\neq 0, c\neq 1\ je\ x=\frac{c-1}{4c}\right\}$$

37) $x-\frac{2}{a^3}=\frac{1}{a^2}(4x+1)$ s neznámou x a parametrem a.

$$\left\{pro\ a=2, a=0\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ a=-2, K=R\ ;\ pro\ a\neq 0, a\neq 2, a\neq -2, x=\frac{1}{a(a-2)}\right\}$$

38) $(x+3)(1-c^2)=x+xc^3$ S neznámou x a parametrem c.

$$\left\{pro\ c=0\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ c=-1, K=R\ ;\ pro\ c\neq 0, c\neq -1\ je\ x=\frac{3(1-c)}{c^2}\right\}$$

39) $px-\frac{2}{p^2}=\frac{1}{p}(4x+1)$ s neznámou x a parametrem p.

$$\left\{pro\ p=0, p=2\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ p=-2, K=R\ ;\ pro\ p\neq 0, p\neq\pm 2\ je\ x=\frac{1}{p(p-2)}\right\}$$

40) $\frac{x-2a}{x+2}-3=2a$ s neznámou x a parametrem a.

$$\{pro\ a\neq -1\ x=-3\ ;\ pro\ a=-1\ x\in R-\{-2\}\}$$

41) $\frac{a}{3-x}=\frac{2}{x}$ S neznámou x a parametrem a.

$$\left\{pro\ a\neq 0, x\neq 0, x\neq 3, x=\frac{6}{a+2}\ ;\ pro\ a=-2, a=0\ nemá\ řešení\right\}$$

42) $\dfrac{b(x+2)-3(x-1)}{x+1}=1$ S neznámou x a parametrem b.

$$\left\{pro\, b=4, b=-6\, nemá\ řešení\ ;\ pro\, b\neq 4, b\neq -6, x=\frac{2(b+1)}{4-b}\right\}$$

43) $\dfrac{kx+1}{x-2}=\dfrac{kx-1}{x+2}$ S neznámou x a parametrem k.

$$\left\{pro\, k\neq -\frac{1}{2}\ je\ x=0\ ;\ pro\, k=-\frac{1}{2}\ je\ x\in R-\{\pm 2\}\right\}$$

44) $1+\dfrac{a^2-1}{x}=a$ s neznámou x a parametrem a.

$$\{pro\, a=-1\, nemá\ řešení\ ;\ pro\, a=1, K=R-\{0\};\ pro\, a\neq \pm 1\ je\ x=a+1\}$$

45) $\dfrac{2-a}{a}=\dfrac{2}{x-1}$ S neznámou x a parametrem a.

$$\left\{pro\ a=2, a=0,\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ a\neq 2, a\neq 0, x=\frac{a+2}{2-x}\right\}$$

46) $p-\dfrac{1}{p}=\dfrac{p^2-1}{x}$ S neznámou x a parametrem p.

$$\{pro\ p=0\, nemá\ řešení\ ;\ pro\ p=\pm 1, k=R-\{0\};\ pro\ p\neq 0, p\neq \pm 1\ je\ x=p\}$$

47) $\dfrac{p}{px+1}=\dfrac{6}{x+2}$ S neznámou x a parametrem p.

$$\left\{pro\ p=0, p=\frac{1}{2,}\, nemá\ řešení\ ;\ pro\ p\neq 0, p\neq \frac{1}{2}\ je\ x=\frac{2p-6}{5p}\right\}$$

48) $\dfrac{5}{2x-a}=\dfrac{3}{4-ax}$ S neznámou x a parametrem a.

$$\left\{pro\, a=\pm 2\sqrt{2}, a=-\frac{6}{5},\ nemá\ řešení\ ;\ pro\, a\neq \pm 2\sqrt{2}, a\neq -\frac{6}{5}\ je\ x=\frac{20+3\mathrm{a}}{5\mathrm{a}+6}\right\}$$

49) $\dfrac{2}{5x-p}=\dfrac{4}{3-px}$ S neznámou x a parametrem p.

$$\left\{pro\ p=-10,\ p=\pm\sqrt{15}\, nemá\ řešení\ ;\ pro\ p\neq -10, p\neq \pm\sqrt{15}\ je\ x=\frac{2p+3}{p+10}\right\}$$

50) $\dfrac{p}{x}-\dfrac{1}{px}=1-\dfrac{1}{p}$ S neznámou x a parametrem p.

$$\{pro\ p=1\ K=R-\{0\};\ pro\ p\neq 1, p\neq -1\ K=\{p+1\};\ p\neq -1\ K=\emptyset\}$$

51) $\dfrac{m}{x}-\dfrac{4}{mx}=1-\dfrac{2}{m}$ S neznámou x a parametrem m.

$$\{pro\, m=0, m=-2\, nemá\ řešení\ ;\ pro\, m=2\ K=R-\{0\};\ pro\, m\neq 0, m\neq \pm 2\ je\ x=m+2\}$$

52) $\dfrac{k^2(x-1)}{kx-2}=2$ s neznámou x a parametrem k.

$\left\{ pro\ k=0\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ k=2\ je\ K=R-\{1\};\ pro\ k\neq 0, k\neq 2\ je\ x=\frac{k+2}{k} \right\}$

53) $\frac{3}{x-a}-\frac{2}{x+a}=\frac{3x-7a}{x^2-a^2}$ s neznámou x a parametrem a.

$\{pro\ a=0\ nemá\ řešení\ ,\ pro\ a\neq 0\ je\ x=6a\}$

54) $\frac{y}{3a+y}-\frac{y}{y-3a}=\frac{a^2}{9a^2-y^2}$ s neznámou y a parametrem a.

$\left\{ pro\ a=0\ K=R-\{0\};\ pro\ a\neq 0\ je\ y=\frac{a}{6} \right\}$

55) $\frac{z+b}{2}-\frac{2}{z+b}=\frac{z-b}{2}$ s neznámou z a parametrem b.

$\left\{ pro\ b=0\ nemá\ řešení\ ;\ pro\ b\neq 0\ je\ z=\frac{2-b^2}{b} \right\}$

56) $\frac{2}{p(x-3)}+\frac{3}{(p-1)(x+1)}=\frac{x-5}{p(x+1)(x-3)}$ s neznámou x a parametrem p.

$\left\{ pro\ p=0, p=\pm 1, p=\frac{1}{4}, K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 0, p\neq \pm 1, p\neq \frac{1}{4}\ je\ x=\frac{2p+7}{4p-1} \right\}$

57) $\frac{\frac{1}{2a}}{\frac{1}{x}-\frac{1}{2a}}+2=\frac{\frac{1}{a}}{\frac{1}{x}+\frac{1}{a}}$ S neznámou x a parametrem a. $\{pro\ a\neq 0\ x=-4a\}$

Pro které hodnoty parametrů má rovnice s neznámou *x* předepsaný kořen:

58) $\frac{2a}{x}-\frac{a-2}{3}=\frac{5}{x};\ x>0$ parametr *a*. $\left\{ pro\ a\in(-\infty;2)\cup\left(\frac{5}{2};\infty\right) \right\}$

59) $\frac{3x+4a}{3a}+\frac{2x}{6}=1;\ x>5$ Parametr *a*. $\left\{ pro\ a\in\left(-3;-\frac{5}{2}\right) \right\}$

60) $k(2x+3)=(k+2)(k+x);\ x\neq 0$ Parametr *k*. $\{pro\ k\in R-\{0;1;2\}\}$

61) $k(x+2)=(2x+k)(k+2)-9;\ x\neq 0$ Parametr k. $\{pro\ k\in R-\{-4;-3;3\}\}$

62) $2ax+1=ax+4x-2a;\ x>0$ Parametr *a*. $\left\{ pro\ a\in\left(-\frac{1}{2};4\right) \right\}$

63) $\frac{x+4}{2}-\frac{ax-3}{4}=\frac{x+3a}{3};\ x>0$ Parametr *a*. $\left\{ pro\ a\in\left(\frac{2}{3};\frac{11}{4}\right) \right\}$

64) $6x-5m=3(m+1)-2x;\ x>-\frac{3}{2}$ Parametr *m*. $\left\{ pro\ m>-\frac{15}{16} \right\}$

Řešte soustavu rovnic s neznámými *x, y* a proveďte diskusi vzhledem k parametru:

65) $\begin{array}{l} x+(p-1)y=1 \\ (p+1)x+3y=-1 \end{array}$ parametr *p*.

$\left\{ pro\ p=2, K=\emptyset\ ;\ pro\ p=-2, K=\{[1+3y;y]\ y\in R\};\ pro\ p\neq\pm 2, K=\left[\frac{1}{2-p};\frac{1}{p-2}\right] \right\}$

66) $\begin{array}{c} 3x+2py=1 \\ (3p-1)x-py=1 \end{array}$ parametr p.

$\left\{ pro\ p\in\left\{0,-\frac{1}{6}\right\} K=\emptyset\ ;\ pro\ p\neq 0, p\neq -\frac{1}{6}\ K=\left[\frac{3}{6p+1};\frac{3p-4}{p(6p+1)}\right]\right\}$

67) $\begin{array}{c} 2x-y=4 \\ x+3y=a \end{array}$ parametr *a*. $\left\{ pro\ a\in R\ je[x;y]=\left[\frac{a+12}{7};\frac{2a-4}{7}\right]\right\}$

68) $\begin{array}{c} 3x-4y=6 \\ px-8y=2p \end{array}$ parametr *p*. $\left\{ pro\ p\neq 6\ je[x;y]=[2;0],\ pro\ p=6\ je[x;y]=\left[x;\frac{3x-6}{4}\right]\right\}$

69) $\begin{array}{c} px+y=p \\ (p+2)x+py=4 \end{array}$ parametr *p*.

$\left\{ pro\ p=-1, K=\emptyset\ ;\ pro\ p=2,[x;y]=[x;2-2x];\ pro\ p\neq -1\ p\neq 2,\ je[x;y]=\left[\frac{p+2}{p+1};\frac{-p}{p+1}\right]\right\}$

70) $\begin{array}{c} x-y=b \\ x+y=5 \end{array}$ parametr *b*. $\left\{ pro\ b\in R\ je[x;y]=\left[\frac{b+5}{2};\frac{5-b}{2}\right]\right\}$

71) $\begin{array}{c} x+2y=1 \\ 2x+4y=b \end{array}$ Parametr *b*. $\left\{ pro\ b\neq 2\ je\ K=\emptyset\ ;\ pro\ b=2\ je[x;y]=\left\{\left[t;\frac{1-t}{2}\right] t\in R\right\}\right\}$

72) $\begin{array}{c} 2x+3y=4 \\ 4x+by=2b \end{array}$ parametr *b*. $\left\{ pro\ b=6\ je\ K=\emptyset\ ;\ pro\ b\neq 6\ je[x;y]=\left[\frac{b}{6-b};\frac{2b-8}{b-6}\right]\right\}$

73) $\begin{array}{c} b^2x+y=1 \\ x+y=b \end{array}$ Parametr *b*.

$\left\{ pro\ b=-1\ je\ K=\emptyset\ ;\ pro\ b=1\ je\left\{[t;1-t] t\in R\right\};\ pro\ b\neq\pm 1\ je\left[-\frac{1}{b+1};\frac{b^2+b-1}{b+1}\right]\right\}$

Určete parametr tak, aby soustava měla jediné řešení. Určete toto řešení:

74) $\begin{array}{c} y=(2-x)^2+3 \\ 3x-y+1-2m=0 \end{array}$ $\left\{ m=\frac{25}{8};\ x=\frac{7}{2};\ y=\frac{21}{4}\right\}$

75) $\begin{array}{c} y=-(1-x)^2-1 \\ 2x+y-3m+1=0 \end{array}$ $\{m=1;\ x=2;\ y=-2\}$

Určete parametr tak, aby soustava měla oba kořeny kladné:

76) $\begin{array}{c} x+ay-1=0 \\ ax-3ay-(2a+3)=0 \end{array}$ $\{pro\ a\in(-\infty;-3)\cup(-3;0)\}$

77) $\begin{array}{c} x-y=2 \\ ax+y=4 \end{array}$ $\{pro\ a\in(-1;2)\}$

Určete parametr tak, aby soustava měla oba kořeny záporné:

78) $\begin{array}{c} 3x-6y=1 \\ 5x-ay=2 \end{array}$ $\{pro\ a\in(10;12)\}$

79) $\begin{array}{c} 3x+4y=40 \\ 4x-3y=a \end{array}$ $\{takové\ a\ neexistuje\}$

Určete parametr tak, aby soustava měla řešení v daném kvadrantu:

80) $\begin{array}{c} x+y=2 \\ 2x-3y=m \end{array}$ I. kvadrant $\{m\in\langle -6;4\rangle\}$

81) $\begin{array}{c} x+2y=m \\ 2x+y=1 \end{array}$ II. Kvadrant $\{m\in\langle 2;\infty)\}$

82) $\begin{array}{c} 2x+3y=m \\ x-y=1 \end{array}$ III. Kvadrant $\{m\in(-\infty;-3\rangle\}$

83) $\begin{array}{c} x+2y=m \\ 2x+y=1 \end{array}$ IV.kvadrant $\left\{m\in\left(-\infty;\frac{1}{2}\right\rangle\right\}$

84) $\begin{array}{c} mx-2y=3 \\ 3x+my=4 \end{array}$ IV.kvadrant $\left\{m\in\left(-\frac{8}{3};\frac{9}{4}\right)\right\}$

85) Určete, pro která *a* je řešením soustavy $\begin{array}{c} a^2x+8y=12a \\ (a-1)x+2y=3 \end{array}$ dvojice kladných čísel.

$\left\{pro\, a\in\left(1;\frac{4}{3}\right)\right\}$

86) Určete, pro které hodnoty parametru *m* je řešením soustavy rovnic

$\begin{array}{c} (m-1)x+y=\dfrac{m+2}{m+1} \\ (m+1)y+x=\dfrac{m}{m+1} \end{array}$ dvojice čísel záporných. $\{pro\, m\in(-\infty;-1)\}$

87) Řešte soustavu rovnic $\begin{array}{c} mx-2y=3 \\ 3x+my=4 \end{array}$ a určete, pro které hodnoty parametru *m* řešení této

soustavy splňuje podmínky x > 0, y < 0. $\left\{x=\frac{3m+8}{m^2+6},\, y=\frac{4m-9}{m^2+6},\, m\in\left(-\frac{8}{3};\frac{9}{4}\right)\right\}$

88) Určete pro které hodnoty parametru *a* řešení soustavy rovnic $\begin{array}{c} x+ay=3 \\ ax+4y=6 \end{array}$ splňuje

podmínky x > 1 a y > 0. $\left\{x=\frac{6}{2+a};\, y=\frac{3}{2+a},\, a\in(-2;2)\cup(2;4)\right\}$

Řešte soustavu rovnic s nenulovým parametrem:

89) $\begin{array}{c} a^2x+ay=a^3+1 \\ a^3x+y=a^2+a \end{array}$ parametr *a.*

$\left\{Pro\, a\neq 0, a\neq\pm 1\; je\, [x;y]=\left[\frac{1}{a^2};a^2\right];\; pro\, a=\pm 1\; nekonečně\; mnoho\; řešení\right\}$

90) $\begin{array}{c} x+(b-1)y=1 \\ (b+1)x+3y=-1 \end{array}$ Parametr *b.*

$\left\{pro\, b=2\; K=\emptyset;\; pro\, b\neq\pm 2\; je\, [x;y]=\left[\frac{-1}{b-2};\frac{1}{b-2}\right];\; pro\, b=-2\; je\, [x;y]=[1+3y;y]\right\}$

Kvadratické rovnice s parametrem:

91) Určete parametr *a* tak, aby rovnice měla jeden kořen rovnající se nule. Určete i druhý kořen.

$2x^2-3(a+2)x+a-5=0$ $\left\{a=5\,;x_2=\frac{21}{2}\right\}$

92) Určete parametr *a* tak, aby rovnice měla jeden kořen rovnající se nule. Určete i druhý kořen.

$(a+1)x^2-2ax+a(a-3)=0$ $\left\{pro\ a_1=0\ je\ x_2=0\,;\ pro\ a_2=3\ je\ x_2=\frac{3}{2}\right\}$

93) Určete parametr *a* tak, aby rovnice měla jeden kořen rovnající se nule. Určete i druhý kořen.

$x^2-3x-a^2+3a-2=0$ $\{pro\ a\in\{1\,;2\},x_2=3\}$

94) Určete parametr *m* tak, aby rovnice měla jeden kořen rovnající se nule. Určete i druhý kořen.

$x^2+4x-3m^2+7m-2=0$ $\left\{pro\ m\in\left\{2\,;\frac{1}{3}\right\},x_2=-4\right\}$

95) Určete parametr *a* tak, aby rovnice měla jeden kořen rovnající se nule. Určete i druhý kořen.

$2ax^2-7(a+1)x+a-1=0$ $\{pro\ a=1,x_2=7\}$

Řešte kvadratické rovnice a proveďte diskusi vlastnosti kořenů vzhledem k parametru *a*.

96) $x^2+4x+a=0$

$\{pro\ a<4\ dva\ různé\ kořeny\,;\ pro\ a=4\ dvojnásobný\ kořen,\ pro\ a<4\ nemá\ řešení\}$

97) $x^2-4x+a=0$

$\{x_{1,2}=2\pm\sqrt{4-a}\,;\ pro\ a<4\ dva\ reálné\ kořeny\,;\ pro\ a=4\ jeden\ kořen\,;\ pro\ a>4\ nemá\ řešení\}$

98) $x^2+5x-6a=0$

$\left\{pro\ a>-\frac{25}{24}dva\ různé\ kořeny\,;\ pro\ a=-\frac{25}{24}dvojnásobný\ kořen\,;\ pro\ a<-\frac{25}{24}nemá\ řešení\right\}$

99) $x^2-6x+(a+8)=0$

$\{x_{1,2}=3\pm\sqrt{1-a}\,;\ pro\ a<1\ dva\ reálné\ kořeny\,;\ pro\ a=1\ jeden\ kořen\,;\ pro\ a>1\ nemá\ řešení\}$

100) $ax^2+2x-8=0$

$\left\{pro\ a>-\frac{1}{8}\ dva\ různé\ kořeny\,;\ pro\ a=-\frac{1}{8}dvojnásobný\ kořen\,;\ pro\ a<-\frac{1}{8}nemá\ řešení\right\}$

101) $ax^2-6x-3=0,a\neq0$

$\left\{x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9+3a}}{a}\,;\ pro\ a>-3\ dva\ reálné\ kořeny\,;\ a=-3\ jeden\ kořen\,;\ pro\ a<-3\ nemá\ řešení\right\}$

102) $ax^2-3x-1=0,a\neq0$

$\left\{x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{9+4a}}{2a}\,;\ pro\ a>-\frac{9}{4}dva\ reálné\ kořeny\,;\ pro\ a=-\frac{9}{4}\ jeden\ kořen\,;\ pro\ a<-\frac{9}{4}\ nemá\ řešení\right\}$

103) $ax^2+(2a-1)x+a=0$

$\left\{ pro\ a < \frac{1}{4}\ dva\ různé\ kořeny\ ;\ pro\ a = \frac{1}{4}\ dvojnásobný\ kořen\ ;\ pro\ a > \frac{1}{4}\ nemá\ řešení \right\}$

104) $a x^2 + 2(3a-1)x + (9a-7) = 0, a \neq 0$

$\left\{ x_{1,2} = \frac{1-3a \pm \sqrt{a+1}}{a}\ ;\ pro\ a > -1\ dva\ reálné\ kořeny\ ;\ pro\ a = -1\ dvojnásobný\ kořen\ ;\ pro\ a < -1\ \emptyset \right\}$

105) $a x^2 + 2(a+1)x + a = 0, a \neq 0$

$\left\{ x_{1,2} = \frac{-a-1 \pm \sqrt{2a+1}}{a}\ ;\ pro\ a > -\frac{1}{2}\ dva\ reálné\ kořeny\ , ... \right\}$

106) $a x^2 - 2ax + (a-4) = 0, a \neq 0$

$\left\{ x_{1,2} = \frac{a \pm 2\sqrt{a}}{a}\ ;\ pro\ a > 0\ dva\ reálné\ kořeny\ ;\ pro\ a > 0\ nemá\ řešení \right\}$

107) $(a+1)x^2 + 2ax + a - 2 = 0$

$\{ pro\ a > -2\ dva\ různé\ kořeny\ ;\ pro\ a = -2\ dvojnásobný\ kořen\ ;\ pro\ a < -2\ nemá\ řešení \}$

108) $(a+1)x^2 + 2ax + (a-1) = 0, a \neq -1$ $\left\{ x_{1,2} = \frac{-a \pm 1}{a+1}\ ;\ dva\ reálné\ kořeny \right\}$

109) $\frac{1}{a+x} = \frac{3a}{2x^2} - \frac{1}{x}$

$\left\{ x \neq 0, x \neq -a\ ;\ pro\ a \neq 0\ je\ x_{1,2} = \frac{a \pm 7|a|}{8}\ ;\ pro\ a = 0\ nemá\ řešení \right\}$

110) $\frac{a}{x-a} - \frac{x}{x+a} = \frac{7}{5}$

$\left\{ x \neq \pm a\ ;\ pro\ a \neq 0\ je\ x_1 = \frac{3a}{2,}\ x_2 = -\frac{2}{3}a\ ;\ pro\ a = 0\ nemá\ řešení \right\}$

111) $a + x = \frac{1}{a} + \frac{1}{x}$ $\left\{ a \neq 0, x \neq 0, x_1 = -a\ , x_2 = \frac{1}{a} \right\}$

112) $\frac{3x-a}{a} = \frac{4x-a}{2x}$ $\left\{ a \neq 0, x \neq 0, x_{1,2} = \frac{3a \pm a\sqrt{3}}{6} \right\}$

113) $\frac{x+a}{x-a} + \frac{x-a}{x+a} + \frac{4ax}{x^2-a^2} = 0$ $\{ x \neq \pm a\ , rovnice\ nemá\ řešení \}$

114) $\frac{x}{x-a} - \frac{x}{x+a} = a$ $\left\{ x \neq \pm a\ ;\ pro\ a \neq 0\ je\ x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{1+a^2}\ ;\ pro\ a = 0\ je\ x \in R - \{0\} \right\}$

Proveďte diskusi počtu řešení kvadratické rovnice v závislosti na parametru *m*.:

115) $x^2 + 2x + m^2 = 0$

$\{ pro\ m \in (-1;1)\ dva\ různé\ kořeny\ ;\ pro\ m = \pm 1\ dvojnásobný\ kořen\ ;\ pro\ m \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty) \}$

116) $2x^2 + 3mx + 2 = 0$

$\left\{ pro\ m \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{4}{3}; +\infty\right)\ dva\ různé\ kořeny\ ;\ pro\ m = \pm\frac{4}{3}\ dvojnásobný\ kořen \right\}$

117) $x^2 - (1-m)x + 1 = 0$ $\{ pro\ m \in (-\infty; -1) \cup (3; \infty)\ dva\ různé\ kořeny\ , \}$

118) $x^2-(m-6)x+18-3m=0$ $\{pro\ m\in(-\infty;-6)\cup(6;\infty)\ dva\ různé\ kořeny\}$

119) $(m^2-1)x^2+2mx+1=0$

$\{pro\ m=\pm 1\ je\ rovnice\ lineární;\ pro\ m\neq\pm 1\ má\ rovnice\ dva\ různé\ reálné\ kořeny\}$

120) $\dfrac{x}{x-m}+\dfrac{1}{x+m}+\dfrac{7}{x^2-m^2}=0$

$\left\{pro\ m=\dfrac{7}{2}\ je\ x=-1;\ pro\ m\in(-9;3)\ nemá\ řešení;\ pro\ m\in\{-9;3\}\ dvojnásobný\ kořen;\right\}$

$\left\{pro\ m\in(-\infty;-9)\cup\left(3;\dfrac{7}{2}\right)\cup\left(\dfrac{7}{2};\infty\right)\ dva\ různé\ reálné\ kořeny\right\}$

Určete, pro které hodnoty reálného parametru má kvadratická rovnice dva různé reálné kořeny:

121) $(p+4)x^2-2px+p=0$ p je parametr, p ≠ -4. $\{pro\ p\in(-\infty;0)\}$

122) $(m-2)x^2-2mx\sqrt{2}-m-4=0$, m je parametr, m ≠ 2. $\left\{pro\ m\in(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{4}{3};\infty\right)\right\}$

123) $x(x+r)+r=-3(3+2x)$, r je parametr. $\{pro\ r\in(-\infty;-8)\cup(0;+\infty)\}$

124) $3mx(x-1)+2=-mx-x(5x-6)$, m je parametr, $m\neq-\dfrac{5}{3}$

$\{pro\ m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)\}$

125) $\dfrac{x+1}{2x+1}-\dfrac{2x-1}{x-1}=k$, k je parametr. $\left\{pro\ k\in\left(-\infty;-\dfrac{3}{2}\right)\cup\left(-\dfrac{3}{2};-\dfrac{4}{3}\right)\cup(0;+\infty)\right\}$

Určete, pro které hodnoty reálného parametru má kvadratická rovnice reálné kořeny:

126) $cx^2-2(c+1)x+c+5=0$, c je parametr, c ≠ 0. $\left\{pro\ c\in\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right\rangle\right\}$

127) $(m+3)x^2-2mx+2m=0$, m je parametr, m ≠ - 3. $\{pro\ m\in\langle-6;0\rangle\}$

128) $(p-5)x^2-2px\sqrt{3}-p-2=0$, p je parametr, p ≠ 5. $\left\{pro\ p\in\left(-\infty;-\dfrac{5}{4}\right\rangle\cup\langle 2;+\infty)\right\}$

129) $4r-x(2x-3r)=8(x+1)$, r je parametr. $\left\{pro\ r\in(-\infty;0\rangle\cup\left\langle\dfrac{16}{9};+\infty\right)\right\}$

130) $(a+1)x^2-4ax+2a+3=0$, a je parametr. $\left\{pro\ a\leq-\dfrac{1}{2}\vee a=-1\vee a\geq 3\right\}$

Určete, pro které hodnoty reálného parametru má kvadratická rovnice jeden reálný dvojnásobný kořen:

131) $m(x^2+1)+4=2mx-3(x-1)$, m je parametr, m ≠ 0. $\left\{pro\ m=\dfrac{9}{16}\right\}$

132) $(a-1)x^2+2(a+1)x+a-2=0$, a je parametr. $\left\{pro\ a\in\left\{\dfrac{1}{5};1\right\}\right\}$

133) $x^2-2(m+4)x+m^2+6m=0$, m je parametr. $\{pro\ m=-8\}$

134) $3c(x-2)+4x=2(x^2+1)$, *c* je parametr. $\left\{ pro\, c \in \left\{ 0; \frac{8}{3} \right\} \right\}$

135) $9x^2-6ax+9a=0$, *a* je parametr. $\{ pro\, a \in \{0;9\} \}$

136) $(a-6)x^2-2ax\sqrt{3}-a-1=0$, *a* je parametr, a ≠ 6. $\left\{ pro\, a \in \left\{ -\frac{3}{4}; 2 \right\} \right\}$

137) $\frac{5}{2}px^2-5x(p+1)=x\left(-\frac{1}{2}x-4\right)-1$, *p* je parametr, $p \neq -\frac{1}{5}$. $\left\{ pro\; p=\frac{1}{5} \right\}$

Určete, pro které hodnoty reálného parametru nemá kvadratická rovnice žádný reálný kořen:

138) $2v(2x-1)=x^2+x(2vx+1)$, *v* je parametr, $v \neq -\frac{1}{2}$. $\left\{ pro\, v \in \left(\frac{1}{16}; +\infty \right) \right\}$

139) $(r+1)x^2-rx\sqrt{5}-r+1=0$, *r* je parametr, r ≠ -1. $\left\{ r \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3} \right) \right\}$

140) $bx(x-5)-9=-b(x+1)$, *b* je parametr, b ≠ 0. $\{ b \in (-3;0) \}$

141) $2(mx^2+1{,}25)=6x(x-1)+5(mx+2)$, *m* je parametr, m ≠ 3. $\left\{ m \in \left(-\frac{12}{5}; \frac{12}{5} \right) \right\}$

Určete, pro které hodnoty reálného parametru má rovnice:

142) $3x^2+(m+2)x+4=0$, jeden kořen třikrát větší než druhý. $\{ pro\, m \in \{6;-10\} \}$

143) $2x^2-(3+r)x+2=0$, jeden kořen čtyřikrát větší než druhý. $\{ pro\, r \in \{-8;2\} \}$

144) $4x^2-8mx-6m+9=0$, jeden kořen třikrát větší než druhý. $\{ pro\, m \in \{-3;1\} \}$

145) $x^2+(3p+4)x-3p+1=0$, v R dva kořeny opačných znamének. $\left\{ pro\; p \in \left(\frac{1}{3}; +\infty \right) \right\}$

$návod\; D>0\; a\; současně\; x_1x_2<0, tj -3p+1<0$

146) $16x^2+8(4t-1)x-8t+5=0$, v R dva kořeny stejných znamének.

$\left\{ pro\, t \in \left(-\infty; -\frac{1}{2} \right) \cup \left(\frac{1}{2}; \frac{5}{8} \right) \right\}$ $návod\; D>0\; a\; současně\; x_1x_2>0, tj. \frac{-8t+5}{16}>0$

147) $x^2+(2m-3)x+2m+5=0$, dva kořeny opačných znamének. $\left\{ m<-\frac{5}{2} \right\}$

$návod: D>0 \wedge x_1x_2=2m+5<0$

148) Určete, pro které hodnoty parametru *m* má rovnice

$(m^2-1)x^2+(1-m^2)x+m^2-m-2=0$ dva různé kořeny vyhovující vztahu:

$x_1+x_2=x_1^2+x_2^2$ $\{ pro\, m=2\; je\; x_1=0, x_2=1 \}$

149) Rozhodněte, pro která reálná *m* má daná rovnice reálné kořeny $5mx^2-2mx+3=0$

150) Rozhodněte, pro která reálná *m* má daná rovnice reálné kořeny $3mx^2-4mx+m=0$

Řešte rovnice s parametrem *a*:

151) $\sqrt{x-4a+16}=2\sqrt{x-2a+4}-\sqrt{x}$ $\left\{ pro\, a \in (-\infty; 0\rangle \cup \langle 8; \infty)\; je\; x=\frac{a^2}{4} \right\}$

152) $\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}=x\,;a>0$ $\{pro\ a\geq 2\ je\ x=2\sqrt{a-1}\}$

153) $\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}=\sqrt{x}$ $\left\{pro\ a\geq 0\ je\ x_1=0\ x_2=\frac{4}{5}a\right\}$

154) $x+\sqrt{x^2-x}=a$ $\left\{pro\ a\in\left\langle 0;\frac{1}{2}\right)\cup\langle 1;\infty)\ je\ x=\frac{a^2}{2a-1}\right\}$

155) $\frac{1}{\sqrt{x-1}}+\frac{1}{2a}=\frac{3}{5}$ $\left\{pro\ a>\frac{5}{6}\ je\ x=\frac{136a^2-60a+25}{(6a-5)^2}\right\}$

156) $1+\sqrt{x}=\sqrt{x-a}$ $\left\{pro\ a\leq -1\ je\ x=\left(\frac{1+a}{2}\right)^2;\ pro\ a>-1\ je\ K=\emptyset\right\}$

157) $x+\sqrt{x^2-a}=a$

$$\left\{pro\ a=0\ je\ K=(-\infty;0\rangle;\ pro\ a\geq 1\ je\ K=\left\{\frac{a+1}{2}\right\};\ pro\ a<1\wedge a\neq 0\ je\ K=\emptyset\right\}$$

158) $\sqrt{x}-\sqrt{x-1}=a$ $\left\{pro\ a\in(-\infty;0\rangle\cup(1;\infty)\ je\ K=\emptyset;\ pro\ a\in(0;1\rangle\ je\ K=\left\{\frac{(a^2+1)^2}{4a^2}\right\}\right\}$

Nerovnice s parametrem:

159) Řešte v R nerovnici $(a^2-2a)x>2-a$, kde a je kladný reálný parametr.

$$\left\{pro\ a=2\ K=\emptyset;\ pro\ a>2\ je\ x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right);\ pro\ 0<a<2\ je\ x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\right\}$$

160) Řešte v R nerovnici $\frac{1-x}{a}-1<\frac{x-2}{a^2}$ s nenulovým parametrem.

$\{pro\ a=-1\ je\ K=\emptyset;\ pro\ a<-1\ je\ x<2-a;\ pro\ a>-1, a\neq 0\ je\ x>2-a\}$

161) Řešte v R nerovnici $\frac{a}{2}-\frac{x}{a}\geq\frac{x}{2}+\frac{2}{a}$, kde a je reálný parametr.

$\{pro\ a=0\ je\ K=\emptyset;\ pro\ a>0\ je\ x\in(-\infty;a-2\rangle;\ pro-2<a<0\ je\ x\in\langle a-2;+\infty);\ pro\ a=-2\ je\ x\in R\rangle$
$\langle pro\ a<-2\ je\ x\in(-\infty;a-2\rangle\}$

162) Určete, pro které k nabývá trojčlen $(k^2-1)x^2+2(k-1)x+2$ kladných hodnot pro každé reálné x. $\{k\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)\}$

163) Určete, pro které hodnoty parametru a je trojčlen $(1-a^2)x^2+(1-a)x-2$ záporný pro každé reálné x $\{a\in(-\infty;-2)\cup(1;+\infty)\}$

164) Určete množinu všech čísel m, pro něž nerovnici $x^2+(m+1)x+\frac{1}{2}(5m-7)>0$ vyhovují všechna reálná x. $\{m\in(3;5)\}$

165) Určete, pro která m má nerovnice $\frac{4-5x}{x+m}>0$ řešení $-2<x<\frac{4}{5}$. $\{pro\ m=2\}$

V R řešte nerovnice s reálným parametrem *p*:

166) $p(x-1)>x-2$

$$\left\{ pro\ p=1\ je\ K=R\ ;\ pro\ p>1\ je\ K=\left(\frac{p-2}{p-1};\infty\right);\ pro\ p<1\ je\ K=\left(-\infty;\frac{p-2}{p-1}\right)\right\}$$

167) $p x^2+2x-p>0$

$$\left\{ pro\ p=0\ je\ K=R^{+;}\ pro\ p>0\ je\ K=\left(-\infty;\frac{-1-\sqrt{1+p^2}}{p}\right)\cup\left(\frac{-1+\sqrt{1+p^2}}{p};\infty\right)\right\}$$

$$\left\{ pro\ p<0\ je\ K=\left(\frac{-1-\sqrt{1+p^2}}{p};\frac{-1+\sqrt{1+p^2}}{p}\right)\right\}$$

168) $3x-px<2$

$$\left\{ pro\ p=3\ je\ K=R\ ;\ pro\ p<3\mathrm{je}\,k=\left(-\infty;\frac{2}{3-p}\right);\ pro\ p>3\ je\ K=\left(\frac{2}{3-p};\infty\right)\right\}$$

169) V R řešte nerovnici s parametrem *p*.

$2x(2p-1)-x(2p-3)\leq p+x$

$$\left\{ pro\ p=0\ je\ K=R\ ;\ pro\ p>0\ je\ K=\left(-\infty;\frac{1}{2}\right\rangle;\ pro\ p<0\ je\ K=\left\langle\frac{1}{2};\infty\right)\right\}$$