

CVIČENÍ Z MATEMATIKY

Cvičení je určeno pro studenty se zájmem o matematiku a pro ty, kteří plánují pokračovat ve studiu na technicky či ekonomicky zaměřených vysokých školách, jako jsou například ČVUT, ČZU, VŠE nebo přírodovědné fakulty (např. MFF UK).

Obsah cvičení:

4. ročník: diferenciální a integrální počet

Cvičení rozšiřuje středoškolské učivo matematiky a jeho obsah není součástí požadavků k maturitní zkoušce.

Požadavky na studenta:

sešit

kalkulačka

Doporučená literatura:

J. Petáková: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na VŠ učebnice Komplexní čísla a Diferenciální a integrální počet (vydavatelství Prometheus)

Př. 3: Vypočti:

a) $\int \left(\cos x + 2 + \frac{1}{2 \sin^2 x} \right) dx$

b) $\int \left(a \sin x - \frac{2}{\sin^2 x} + \frac{\sin a}{\sqrt{x}} \right) dx$

a) $\int \left(\cos x + 2 + \frac{1}{2 \sin^2 x} \right) dx = \int \cos x dx + \int 2 dx + \int \frac{1}{2 \sin^2 x} dx = \sin x + 2x - \frac{\cotg x}{2} + C$

b)

$$\begin{aligned} \int \left(a \sin x - \frac{2}{\sin^2 x} + \frac{\sin a}{\sqrt{x}} \right) dx &= \int a \sin x dx - \int \frac{2}{\sin^2 x} dx + \sin a \int x^{-\frac{1}{2}} dx = \\ &= -a \cos x - (-2 \cotg x) + \sin a \frac{x^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + C = -a \cos x + 2 \cotg x + 2 \sin a \sqrt{x} + C \end{aligned}$$

Př. 4: Vypočti:

a) $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin x} dx$

b) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

c) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx$

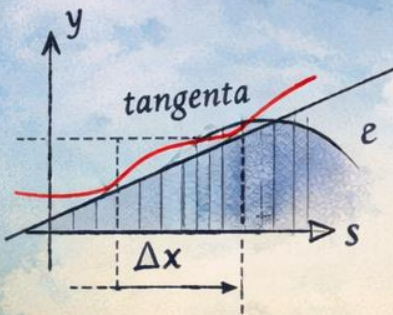
a) $\int \frac{\sin x \cdot \cos x}{\sin x} dx = \int \cos x dx = \sin x + C$

b) $\int \operatorname{tg}^2 x dx = \int \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} - \int \frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} dx = \int \frac{1}{\cos^2 x} - \int dx = \operatorname{tg} x - x + C$

výsledek vypadá dost neuvěřitelně \Rightarrow zkusíme si ho zderivovat:

$$(\operatorname{tg} x - x + C)' = \frac{1}{\cos^2 x} - 1 = \frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} = \operatorname{tg}^2 x$$

c) $\int \frac{\sin 2x}{\cos x} dx = \int \frac{2 \sin x \cos x}{\cos x} dx = \int 2 \sin x dx = -2 \cos x + C$

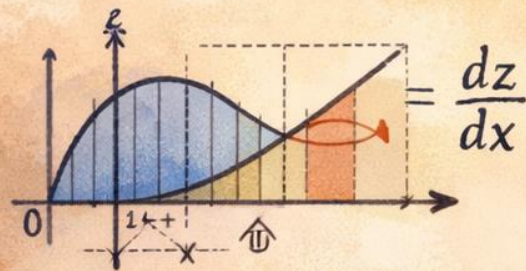
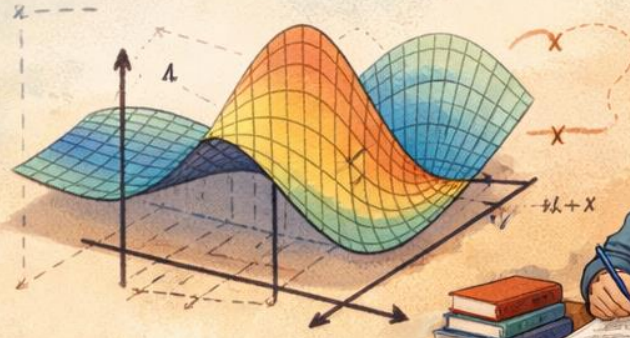


$$f''(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \int_n^n f(x) dx$$

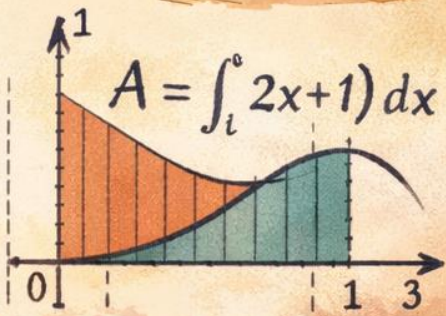
$$\int_i^4 x^4 dx = \frac{1}{3} x^2 + C$$

$$\frac{dz}{d\lambda} = \frac{\delta z}{dx}$$

$$\frac{dz}{d\beta} = \frac{dz}{dx}$$



$$= \frac{dz}{dx}$$



$$\sum_{n=2}^{\infty} n = \frac{1}{p} = \frac{\pi^2}{6}$$

$$dy = 2x dx$$

$$= \frac{dz}{dx}$$



$$\int_k^1 e^{x^2} dx = e^x + C$$

$$\int_k^2 \sin x dx = -\cos x + C$$

